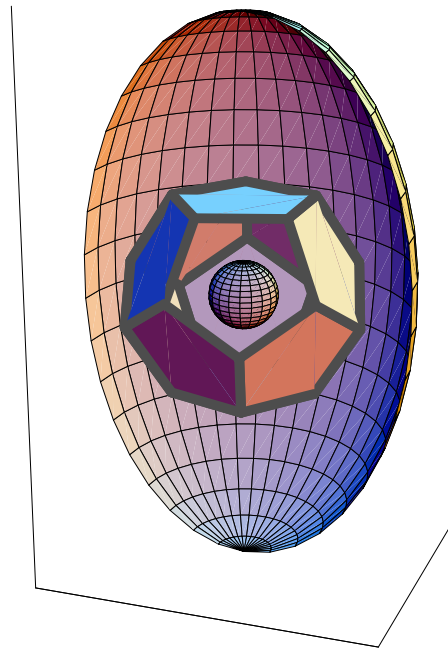


◇ Aufgabenauswahl 1 ◇ Exercices 1 ◇
◇ Übungen Algebra und Geometrie ◇
◇ Exercices en algèbre et géométrie ◇
◇ Diplom ◇ Diplôme ◇



von • *de*

Rolf Wirz

Ingenieurschule Biel — HTA-Biel/BFH — HTI/BFH bis • *jusqu'à* 2005

Ausgabe vom 30. Dezember 2007, Version 1.0.0 / d/f
--

Mit klickbaren Links • *Avec des lignes cliquables*

Produziert mit PCTeX unter Win XP. Einige Graphiken sind auch mit *Mathematica* entstanden.

- *Produit avec PCTeX sous Win XP. Quelques représentations ont été produites avec Mathematica.*

Der Mensch hat dreierlei Wege, um zu lernen:
Erstens durch Nachdenken, das ist der edelste;
zweitens durch Nachahmen, das ist der leichteste;
drittens durch Erfahrung, das ist der bitterste.

(Nach Konfuzius)

- *L'homme a trois occasions pour apprendre:
Premièrement par réflexion, c'est la plus noble;
deuxièmement par l'imitation, c'est la plus facile;
troisièmement par l'expérience, c'est la plus dure.*

(Selon Confucius)

Aktuelle Adresse des Autors (2007):

Rolf W. Wirz-Depierre
Prof. für Math.

Berner Fachhochschule (BFH), Dep. AHB und TI
Pestalozzistrasse 20

Büro B112 CH-3400 Burgdorf/BE

Tel. ++41 (0)34 426 42 30 / intern 230

Mail: Siehe <http://rowicus.ch/Wir/indexTotalF.html> unter „Koordinaten von R.W.“

(Alt: Ingenieurschule Biel (HTL), Ing'schule des Kt. Bern, Fachhochschule ab 1997) // BFH HTA Biel // BFH HT/

©2007

Die Urheberrechte für das verwendete graphische Material gehören dem Autor.

Inhaltsverzeichnis • Table des matières

0.1	Einführung — Introduction	4
0.1.1	Gegenstand — Sujet	4
0.1.2	Gliederung — Gliederung	5
1	Algebra Elektrotechnik — Algèbre électrotechnique	7
1.1	Inhalt — Les matières	7
1.2	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 1	8
1.3	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 2	10
1.4	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 3	11
1.5	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 4	12
1.6	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 5	13
1.7	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 6	14
1.8	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 7	15
1.9	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 8	17
1.10	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 9	18
1.11	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 10	19
1.12	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 11	20
1.13	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 12	22
1.14	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 13	23
1.15	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 14	24
1.16	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 15	25
1.17	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 15z	26
1.18	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 16	28
1.19	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 17	29
1.20	Links zu Lösungen — Lines pour solutions	30
1.21	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 II / 1	32
1.22	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 II / 2	33
1.23	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 II / 3	34
1.24	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 I / 3a	35
1.25	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 II / 4	36
1.26	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 II / 5	37
1.27	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 II / 5a	38
1.28	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 II / 6	39
1.29	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 II / 7	40
1.30	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 II / 8	41

1.31	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 II / 9	42
1.32	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 II / 10	43
1.33	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 II / 11	44
1.34	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 II / 12	45
1.35	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 II / 13	46
1.36	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 II / 14	47
1.37	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — E1 II / 15	48
1.38	Links zu Lösungen — Lines pour solutions	49
2	Algebra Mikrotechnik — Algèbre microtechnique	51
2.1	Inhalt — Les matières	51
2.2	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 I / 1	52
2.3	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 I / 2	54
2.4	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 I / 3	55
2.5	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 I / 4	56
2.6	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 I / 5	57
2.7	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 I / 6	58
2.8	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 I / 7	59
2.9	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 I / 8	60
2.10	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 I / 9	61
2.11	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 I / 10	62
2.12	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 I / 11	63
2.13	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 I / 12	64
2.14	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 I / 13	66
2.15	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 I / 14	68
2.16	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 I / 15	69
2.17	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 I / 16	70
2.18	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 II / 1	71
2.19	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 II / 2	72
2.20	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 II / 3	73
2.21	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 II / 4	74
2.22	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 II / 5	75
2.23	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 II / 6	76
2.24	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 II / 7	77
2.25	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 II / 8	78
2.26	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 II / 9	79
2.27	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 II / 10	80
2.28	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 II / 11	81
2.29	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 II / 12	82
2.30	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 II / 13	83
2.31	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 II / 14	84
2.32	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — F1 II / 15	85
2.33	Links zu Lösungen — Lines pour solutions	86
3	Algebra Informatik — Algèbre informatique	87
3.1	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — II I / 1 a	88
3.2	Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — II I / 1 b	91

4 Math. 1 B–Arch. — Math. 1 B–arch.	93
4.1 Inhalt — Les matières	93
4.2 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 1	94
4.3 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 2	96
4.4 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 3	97
4.5 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 4	98
4.6 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 5	99
4.7 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 6	100
4.8 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 7	101
4.9 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 8	102
4.10 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 9	103
4.11 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 10	104
4.12 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 11	105
4.13 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 12	106
4.14 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 13	107
4.15 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 14	108
4.16 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 14z	109
4.17 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 15	111
4.18 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 I / 16	112
4.19 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 1	113
4.20 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 1z	114
4.21 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 2	117
4.22 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 2z	118
4.23 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 3	120
4.24 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 3z	121
4.25 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 4	125
4.26 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 5	126
4.27 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 6	127
4.28 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 6a	128
4.29 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 7	129
4.30 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 8	130
4.31 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 8a	131
4.32 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 9	133
4.33 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 10	134
4.34 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 10a	135
4.35 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 11	136
4.36 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 13	137
4.37 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 13	144
4.38 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 13a	146
4.39 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 14	147
4.40 Übungen in AlgGeo — Exercices en AlgGéo — B1 II / 15	148
4.41 Übungen in Algebra — Exercices en algèbre — B1 II / 16	149
4.42 Links zu Lösungen — Lines pour solutions	150

0.1 Einführung — Introduction

0.1.1 Gegenstand — Sujet

In dieser Sammlung ist eine Auswahl von Aufgaben zusammengefasst, welche in den letzten Jahren vor dem Wechsel vom Diplomstudium zum Bachelor-Studium verwendet worden sind.

• *Dans cette collection, un choix de problèmes est rassemblé. Il s'agit de problèmes qui ont été utilisés dans les dernières années avant le changement des études du diplôme au bachelor.*

Klickbare Links zu Skripten: • *Liens cliquables pour les cours:*

<http://rowicus.ch/Wir/Scripts/Scripts.html> (Skript-Download) • *Download cours*

Die Lösungen zu den Aufgaben sind mit *Mathematica* produziert worden. Aus Kapazitätsgründen ist jeweils nur der Quellencode abgespeichert, aus dem man mit Hilfe von *Mathematica* den Output sofort wieder produzieren kann. In den vielen Jahren, in denen der Autor dieses Verfahren anwendet, ist so eine riesige Sammlung von Aufgabenlösungen entstanden, siehe z.B. unter dem Link:

• *Les solutions aux problèmes ont été produites avec Mathematica. Pour raisons de capacité, seulement le code de source est mis à disposition. A l'aide de ce code on peut produire tout de suite le „output“ à l'aide de Mathematica. Pendant les nombreuses années durant lesquelles l'auteur a utilisé cette méthode, une grande collection de solutions de devoirs est née, voir par exemple sous le lien:*

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/ProblemsSolutions.html>.

Die Lösungen sind nach dem Schema der in Tabellenform abgespeicherten Übungen und Tests angeordnet, siehe unter dem Link:

• *Les solutions sont mises à disposition d'après le schématisation utilisé dans le tableau des exercices et tests qu'on peut trouver sous le lien:*

<http://rowicus.ch/Wir/TheProblems/Problems.html>

0.1.2 Gliederung — Disposition

- (1) Übungen in Algebra und Geometrie • *Exercices en algèbre et géométrie*
- (2) Tests in Algebra und Geometrie • *Tests en algèbre et géométrie*
- (3) Übungen in Analysis • *Exercices en analyse*
- (4) Tests in Analysis • *Tests en analyse*
- (5) Übungen in Mathematik II • *Exercices en mathématiques 2*
- (6) Tests in Mathematik II • *Tests en mathématiques 2*

Kapitel • Chapitre 1

Algebra Elektrotechnik — Algèbre électrotechnique

1.1 Inhalt — Les matières

- (1) Übungen 1. Semester • *Exercices semestre 1*
- (2) Übungen 2. Semester • *Exercices semestre 2*
- (3) Lösungen siehe unter den Links: • *Solutions voir les liens:*

<http://rowicus.ch/Wir/TheProblems/Problems.html>
(Schema) • (*Schéma*)

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/ProblemsSolutions.html>
(*Mathematica*-Quellencode) • (*Code de source en Mathematica*)

- (4) Vordiplome siehe unter Link: • *Diplômes préalables voir le lien:*

<http://rowicus.ch/Wir/VDs/VDs.html>

1.2 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 1

- (1) (a) Ursprung der Mathematik?
 • *Origine des mathématiques?*
 (b) Wie $\mathbb{Q}$ nummerieren?
 • *Comment numéroter $\mathbb{Q}$?*

(2) Zeige: • *Montrer:*

- (a) In einem Dreieck ist die Winkelsumme immer 180° .
 • *Dans un triangle la somme des angles est toujours 180° .*
 (b) Satz von Pythagoras.
 • *Théorème de Pythagore.*
 (c) Satz von Thales.
 • *Théorème de Thales.*

Wieso muss man die mathematischen Sätze beweisen?

- *Pourquoi est-ce qu'il faut prouver les théorèmes mathématiques?*

- (3) Bearbeite den Stoff der Lektionen (Verbesserungen ...).
 • *Elaborer la matière des leçons (corrections ...).*

Organisation, Planung:

- (a) Planung organisieren! (Strategie, Prinzipien, Tandem)
 (b) Einarbeitung in die Lerntechnik
 (c) A4-Seite mit den wichtigsten 7 Punkten abgeben.

• *Organisation, projets:*

- (a) • *Organiser la planification! (Strategie, principes, tandem)*
 (b) • *Se mettre au courant concernant la "technique d'apprendre".*
 (c) • *Livrer une page A4 avec les 7 points les plus importants.*

- (4) Rechner-Probleme lösen, falls nötig beschaffen:

- *Résoudre les problèmes avec les ordinateurs, procurer si nécessaire:*

- (a) Account (Schule) • *Account (école)*
 (b) Mathematica-Zugang • *Possibilité d'utiliser Mathematica*
 (c) Mathematica-Kurs (DOWNLOAD, WIR) • *Cours de Mathematica (DOWNLOAD, WIR)*
 (d) Eigener Rechner, Mathematica, Zip, Internet • *Ordinateur privé, Mathematica, Zip, Internet*
 (e) Taschenrechner. • *Calculatrice de poche.*

(5) Reglemente, Literatur: • *Règlements:*

- (a) Schulreglemente studieren, Weisungen, Führer • *Etudier les règlements de l'école, directives, guides*
- (b) Literatur (Lehrbuch, Formeln) beschaffen • *Procurer la littérature (livres de théorie, formules).*

(6) Porte-Feuille: • *Porte-feuille:*

- | | |
|--|---|
| (a) Eigene Formelsammlung, Zusammenfassungen | (a) • <i>Collection de formules, abrégé</i> |
| (b) Planungen, Lerntechnik: Strategien, Prinzipien, Schemata, wichtige Dinge | (b) • <i>Planification, technique de travail: Stratégies, principes, schémas, choses importants</i> |
| (c) Übungen | (c) • <i>Exercices</i> |
| (d) Prüfungen, Verbesserungen | (d) • <i>Tests, corrigés</i> |
| (e) Mathematica-Arbeiten | (e) • <i>Travaux de Mathematica</i> |
| (f) Journal | (f) • <i>Journal</i> |

Benotet werden: • *On donne des notes pour:*

- | | |
|--|---|
| (a) Tests | (a) • <i>Tests</i> |
| (b) Porte-Feuille, Arbeiten, Mitarbeit | (b) • <i>Porte-feuille, travaux, travail pendant la leçon</i> |

Abgabe der Uebungen: Woche später. • *Rendre les exercices: une semaine plus tard.*

(7) Wie werden die folgenden Symbole verwendet?

• *Comment est-ce-qu'on utilise les symboles suivants?*

$\otimes \wedge$	$\otimes \Leftrightarrow$	$\otimes \{...\}$	$\otimes \setminus$
$\otimes \vee$	$\otimes \dot{\vee}$	$\otimes \cap$	$\otimes \dot{\vee}$
$\otimes \neg$	$\otimes \forall$	$\otimes \cup$	$\otimes \Delta$
$\otimes \Rightarrow$	$\otimes \exists$	$\otimes \bar{M}$	$\otimes \dots$

1.3 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 2

- (1) Mache eine Übersicht über sämtliche Aussageformen mit nur 2 Aussagevariablen.
 • *Faire un tableau qui donne une vue générale de toutes les 16 adjonctions avec seulement 2 variables propositionnelles (fonction de vérité avec 2 variables).*
- (2) Zeige: • *Montrer:*
- (a) $\neg(X_1 \vee X_2) \equiv \neg X_1 \wedge \neg X_2$
 (b) $A \vee B \equiv A \uparrow A \uparrow (B \uparrow B)$
- (3) Zeige: • *Montrer:*
- (a) $\neg(A \vee B) \Rightarrow \neg A \wedge \neg B$ Tautologie • *tautologie*
 (b) $\neg((A \Rightarrow C) \vee B) \Rightarrow \neg(A \Rightarrow C) \wedge \neg B$ Tautologie • *tautologie*
 (c) $A \wedge B \Rightarrow A$ Implikation • *implication*
 (d) $((A \Rightarrow B) \Rightarrow A) \Rightarrow A \equiv W$
- (4) Untersuche: • *Etudier:*
- (a) $(A \Rightarrow \neg B) \wedge B \vdash \neg A$
 (b) $(A \Rightarrow B) \wedge B \vdash A$
- (5) Schreibe polnisch: • *Ecrire de façon polonaise:* $((A \Rightarrow B) \wedge B) \Rightarrow (A \vee B)$
- (6) Schreibe als geordnete vollständige aNF und auch als geordnete vollständige kNF:
 • *Ecrire comme aNF équivalente complète et ordonnée et aussi comme kNF équivalente complète et ordonnée:*

$$(A \wedge \neg B) \Rightarrow C$$

- (7) Sei • *Soit* $M = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$.
 Schreibe mit Hilfe von Junktoren: • *Ecrire à l'aide de symboles logiques:*
- (a) $\forall_{x \in M} : x \neq 7$
 (b) $\exists_{x \in M} : x < 0$

1.4 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 3

(1)

Var	X_1	X_2	X_3	$f(X_1, X_2, X_3)$
$t(Var)$	0	0	0	1
	0	0	1	0
	0	1	0	0
	0	1	1	1
	1	0	0	1
	1	0	1	0
	1	1	0	0
	1	1	1	0

Stelle f dar durch: • Représenter f par:

(a) **aNF**(b) **kNF**

(2) Auf $\mathbb{N}$ wird eine Partition erzeugt durch die Vorschrift „ a hat denselben Divisionsrest wie b bei der Division durch 7“. Beschreibe diese Partition (Skizze!)

• Sur $\mathbb{N}$, on fait une partition par la prescription "à la division par 7, a montre le même reste de division que b ". Décrire cette partition (esquisse!)

(3) Stelle die folgende Relationsmenge dar durch Pfeildiagramme. Untersuche, ob eine Äquivalenzrelation oder eine Ordnungsrelation vorliegt!

• Représenter l'ensemble de relation suivant par des diagrammes aux flèches. Etudier, s'il s'agit d'une relation d'équivalence ou d'une relation d'ordre.

(a) $\{(1, 1), (1, 3), (3, 3), (3, 5), (5, 5), (3, 1), (5, 3), (1, 5), (5, 1), (3, 5), (1, 5), (2, 2), (4, 4), (4, 2), (2, 4), (1, 3)\}$

(b) $\{(1, 3), (1, 5), (4, 2), (3, 5)\}$

(c) $\{(1, 3), (3, 3), (3, 2), (1, 5), (4, 3), (3, 5)\}$

(4) $f(g(x)), g(f(x)), \text{ ev. } g(f(z(x))), z(g(f(x))) = ?$

(a) $f(x) = \sin(x), g(x) = \cos(x)$

(b) $f(x) = e^x, g(x) = \ln(x)$

(c) $f(x) = x^{\frac{3}{5}}, g(x) = 2 \cos(x) - x^2 + \sqrt{x}$

(d) $f(x) = x^2 + x, g(x) = \sqrt{x} - x^3, z(x) = \frac{1}{x}$

(e) $f(x) = \ln\left(\frac{x^2}{1-x}\right), g(x) = \frac{x^2}{1+x}, z(x) = \frac{x}{x^2-1}$

1.5 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 4

(1) Beweise mit vollständiger Induktion:

- *Prouver à l'aide du principe de l'induction complète:*

(a) $2 + 4 + \dots + 2n = n(n+1)$

(b) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}$

(c) $\exists_{N_0 \in \mathbb{N}} \forall_{n > N_0} : 2^n > n$

(2) *Mathematica:*

(a) Bearbeite die Files der Einführung zum *Mathematica*-Kurs.

- *Etudier les fichiers de l'introduction dans Mathematica.*

DOWNLOAD $\leadsto$

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

$\leadsto$ RUN!

(b) Mache eine Liste derjenigen 20 Befehle, die Dir am wichtigsten scheinen.

- *Faire une liste de ceux 30 ordres qui te semblent être les plus importants.*

(c) Plot3D (*Mathematica*):

i. $f(x, y) = \sin(\cos(x - y))$

ii. $g(x, y) = \cos(x + y)$

iii. $h(x, y) = \cos(x \cdot y)$

1.6 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 5

(1) Beweise mit vollständiger Induktion:

- *Prouver à l'aide du principe de l'induction complète:*

$$1 + 2 + 4 + \dots + 2^n = 2^n - 1$$

(2) Mengen: • *Ensembles:* $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, c, e, f\}$, $C = \{c, d, e, f, g\}$

- Stelle graphisch dar: • *Représentation graphique:*

(a) $(A \cap B) \cup C$

(b) $(A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

(c) $(A \setminus B) \setminus C$

(3) Berechne explizit: • *Calculer explicitement:* $\sum_{k=1}^5 \frac{(-1)^{k-1}}{k^2}$

(4) Vereinfache: • *Simplifier:*

(a) $\frac{(x)^{n-4}}{x^{n-5}}$

(b) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$

(c) $\frac{\sqrt[3]{\sqrt{a}}}{\sqrt[6]{a}}$

(5) Entwickle nach dem binomischen Satz:

- *Développer d'après le théorème de binomes:* $(2 + \frac{x}{10})^5$

(6) Arbeite weiter an der Einführung in *Mathematica*!

- *Continuer le travail à l'intriduction dans Mathematica!*

1.7 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 6

- (1) Arbeite weiter an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!
- *Continuer le travail à l'introduction dans Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

1.8 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 7

(1) **Geg.:** • **Donné:** Vektor $\vec{a}$ • *vecteur $\vec{a}$* **Ges.:** • **Trouver:** Konstruktion: • *Construction:*

$$\vec{b} = \frac{7}{3}\vec{a}, \quad \vec{c}_2 = \sqrt{2} \cdot \vec{a}, \quad \vec{c}_3 = \sqrt{3} \cdot \vec{a}, \quad \vec{c}_5 = \sqrt{5} \cdot \vec{a},$$

(2) **Geg.:** • **Donné:** Vektoren in allgemeiner Lage $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ • *vecteurs dans une situation générale $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$* **Ges.:** • **Trouver:** Stelle $\vec{c}$ dar als LK von $\vec{a}$ und $\vec{b}$. • *Représenter $\vec{c}$ comme combinaison linéaire de $\vec{a}$ et $\vec{b}$.*(3) **Geg.:** • **Donné:** Basen B, B' • *Bases B, B'*

$B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}, \quad B' = \{\vec{e}_1, \vec{b}_2\}, \quad \vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.5 \end{pmatrix}$ und • *et $\vec{a}_1, \vec{a}_2$ in allgemeiner Lage* • *dans une situation géométrique commune*

Zeichne in B und in B' die Vektoren: • *Dessiner dans B et dans B' les vecteurs:*

$$\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_1 + \vec{a}_2, \vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 \dots$$

(4) Berechne die Koordinaten von $\vec{e}_2$ in B' . • *Calculer les coordonnées de $\vec{e}_2$ dans B' .*

(5)

(a) $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

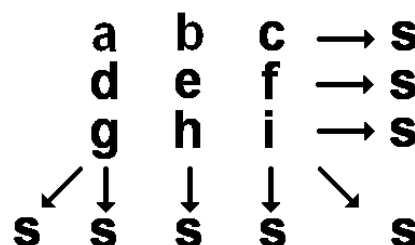
$$a = 4, \quad b = 9, \quad s = 15$$

$$c, d, e, f, g, h, i = ?$$

(b) $\{a, b, c, \dots, h, i\} = \{2, 3, \dots, 9, 10\}$

$$a = 5, \quad b = 4, \quad s = 18$$

$$c, d, e, f, g, h, i = ?$$

(6) $f(x) = \begin{cases} \sin(x) & x \in (0, \frac{\pi}{2}) \\ \sin(x - \frac{\pi}{2}) + 1 & x \in [\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases}$ (a) $D_f = ?$, $W_f = ?$ (b) f bijektiv? • *bijjective?*(7) $|A \cup B \cup C| = 125$,

$$|A| = 40, \quad |B| = 50,$$

$$|A \cap B| = 10,$$

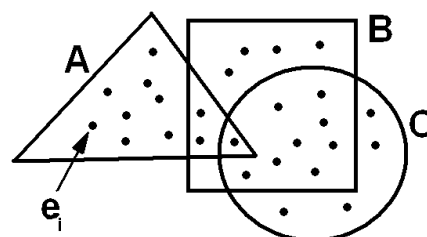
$$|B \cap C| = 15,$$

$$|A \cap C| = 20,$$

$$|A \cap B \cap C| = 10,$$

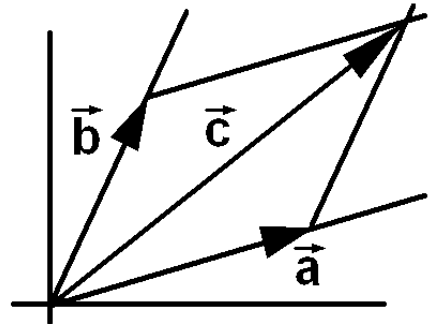
$$|C| = ?$$

$$|A \cap B \cap C| = 11 \Rightarrow |C| = ?$$

(möglich? • *possible?*)

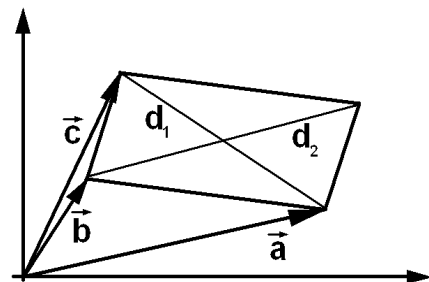
(8) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix},$
 $\vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}, B' = \{\vec{a}, \vec{b}\}$

- (a) $\lambda, \mu = ?$ Rechnung **und** Zeichnung!
 • *Calcul et dessin!*
- (b) $\vec{c} = ?$
- (c) Koordinaten von $\vec{c}$ in der Basis B' ?
 • *Coordonnées de $\vec{c}$ dans la base B' ?*



(9) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

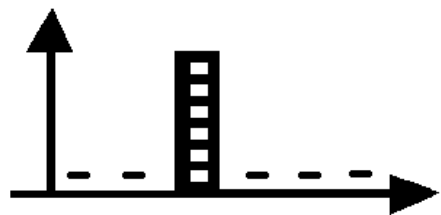
- (a) $d_1 = ?$
- (b) $d_2 = ?$



Rückseite! • *Voir au verso!*

(10) $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 99'999 = ?$

- (a) Idee: Zeichnung! • *Idée: Dessin!*
- (b) Rechnung! • *Calcul!*



(11) Beweise mit vollständiger Induktion:

• *Prouver à l'aide du principe de l'induction complète:*

- (a) $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$
- (b) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n + 1)} = \frac{n}{n + 1}$
- (c) $\exists_{N_0 \in \mathbb{N}} \forall_{n > N_0} : 2^n > n$

1.9 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 8

- (1) Arbeite weiter an den *Mathematica*-Files!
 • *Continuer à travailler avec les fichiers de Mathematica.*
- (2) Bearbeite die münglich angegebenen Stellen im Script (auch Vorausarbeit — die nächste Prüfung kommt bestimmt...).
 • *Elaborer les positions indiquées oralement dans le script. (Aussi travailler à l'avance — le prochain examen va venir certainement...).*
- (3) Falls es noch Prüfungsaufgaben zu verbessern gibt: Mache die Verbesserungen.
 • *S'il y a à faire des corrigées de problèmes d'examen: Il faut le faire maintenant.*

Repetitionsaufgaben: • Problèmes de répétition:

- (4) Löse: • *Résoudre:*

$$\left| \begin{array}{rcl} x - y & \leq & 1 \\ x + y & \geq & 1 \\ y & \geq & 2x - 6 \end{array} \right|$$

- (5) (a) $(\mathbb{Q}, +, \cdot) \rightsquigarrow$ Algebraische Struktur? • *Structure algébrique?*
 (b) $P_1, P_2, P_3 \in g$, $a = |P_1 P_2|$, $b = |P_2 P_3|$, $10 = |P_1 P_3|$, $a^2 = 10b$,
 $a = ?$, $b = ?$, $a \in \mathbb{Q}$?
- (6) $(A \cap B) \cup C \rightsquigarrow$ Wahrheitstabelle? • *Tableau de vérité?*
- (7) $|A| = 99$, $|B| = 98$, $|C| = 97$, $|A \cap B| = 30$, $|A \cap C| = 27$, $|B \cap C| = 28$, $|A \cap B \cap C| = 26$
 (a) $|A \cup B \cup C| = ?$
 (b) $|(A \cap B) \setminus (A \cap B \cap C)| = ?$

Skizze! • *Esquisse!*

- (8) (a) Berechne exakt: • *Calculer de façon exacte:*
 $\tan 60^\circ = ?$
 (b) Löse exakt (alle Lösungen): • *Résoudre de façon exacte (toutes les solutions):*
 $\cos x = \frac{1}{2}$, $x = ?$

1.10 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 9

$$(1) \quad B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2 + \lambda_3 \vec{e}_3$$

$$\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad B' = \{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\}$$

Tausche B gegen B' aus! • *Echanger B et B' !* $\vec{v} = \mu_1 \vec{b}_1 + \mu_2 \vec{b}_2 + \mu_3 \vec{b}_3 \rightsquigarrow \mu_1, \mu_2, \mu_3 = ?$

$$(2) \quad \overrightarrow{0P} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Stelle P durch räumliche Polarkoordinaten dar!

• *Représenter P par des coordonnées polaires spatiales (dans l'espace)!*

$$(3) \quad \text{Suche mit Hilfe des Skalarprodukts einen Vektor, der senkrecht steht auf } \vec{v} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}.$$

• *Chercher à l'aide du produit scalaire un vecteur qui est perpendiculaire à $\vec{v} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}$.*

$$(4) \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}, \quad \mu_2 = \mu_2(\mu_1)$$

Sei • *Soit $\langle v, u \rangle = 1$*

Stelle die Vektoren $\vec{u}$ graphisch dar. Représenter graphiquement les vecteurs $\vec{u}$.

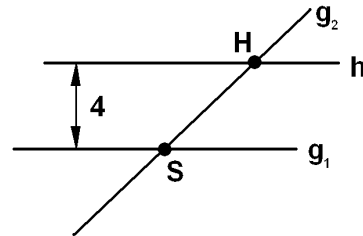
1.11 Übungen in AlgGeo ♦ Exercices en AlgGéo ♦ E1 I / 10

- (1) Arbeite weiter an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!
- *Continuer le travail à l'introduction en Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

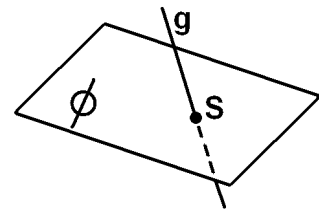
<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

1.12 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 11

(1) $g_1: \vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$
 $g_2: \vec{r} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$
 $h = ? \quad S = ? \quad H = ?$

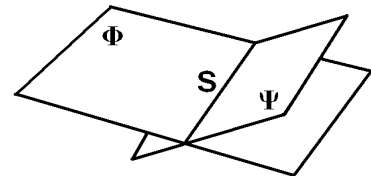


(2) (a) $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$
 $\Phi: \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$
 $S = ?$

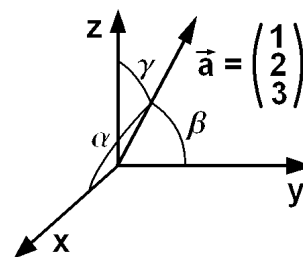


(b) $\Psi: \vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

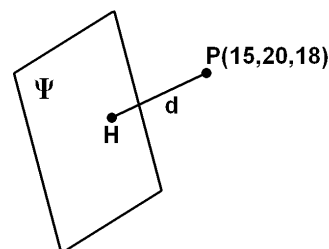
Spurpunkt von S in der Grundebene?
 • *Point d'intersection de S avec le plan fondamental?*



(3) (a) $\alpha = ? \quad \beta = ? \quad \gamma = ?$
 (b) Drehe $\vec{a}$ in $+$ -Richtung um $\frac{\pi}{2}$ um die z -Achse $\leadsto \vec{a}' = ?$
 • *Rotation de $\vec{a}$ vers la direction $+$ autour de l'axe z par $\frac{\pi}{2} \leadsto \vec{a}' = ?$*



(4) $\Psi: \vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
 $d = ? \quad H = ?$

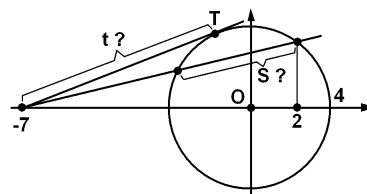


- (5) Arbeite weiter an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!
- *Continuer le travail à l'introduction dans Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

1.13 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 12

(1)

$$t = ? \quad s = ?$$

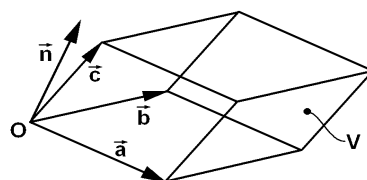


(2)

$$\begin{cases} 3x + 4y = 7 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$$

$$(3) \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

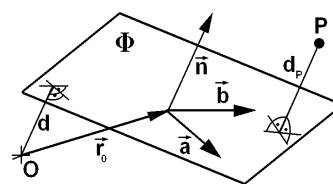
$$\vec{a} \times \vec{b} = ? \quad V = ?$$



$$(4) \quad P = P(17, 18, 19),$$

$$\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

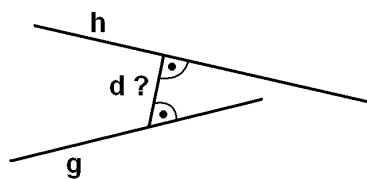
$$d = ? \quad d_P = ?$$



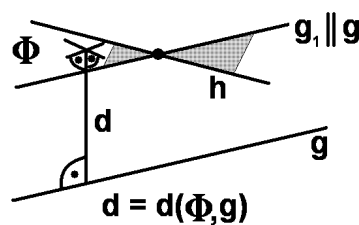
$$(5) \quad g: \vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$h: \vec{r} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$d = ?$$



Idee: • Idée:

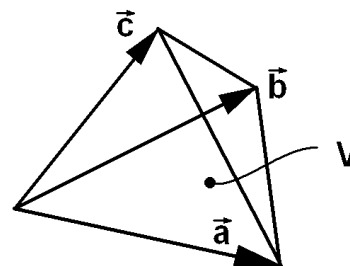


WIR

1.14 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 13

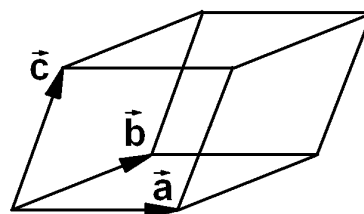
$$(1) \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$V = ?$



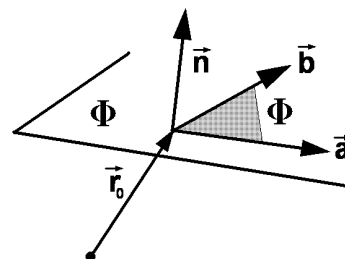
$$(2) \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \\ z \end{pmatrix}$$

$V(z) = 50, z = ?$



$$(3) \vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b} = ? \quad \vec{e}_n = \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} = ?$$

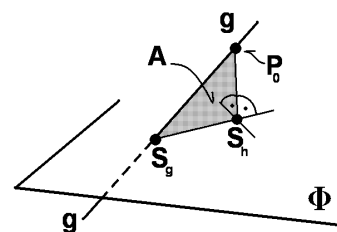


$$(4) \Phi : H(\vec{r}) = Ax + By + Cz + D = 0 \\ \leadsto D = ?$$

$$S_g = g \cap \Phi, P_0 = P_0(5, 1, 6), \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$g : \vec{r} = \vec{r}_0 + t \cdot \vec{c}, \vec{r}_0 = \overrightarrow{OP_0}$$

$$A = ? \quad (\Delta S_g S_h P_0)$$



1.15 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 14

(1) $\Phi = \text{Mittleebene}$ • *Plan median* $(\Phi \parallel g_1, \Phi \parallel g_2)$

$$g_1 : \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$g_2 : \vec{r} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

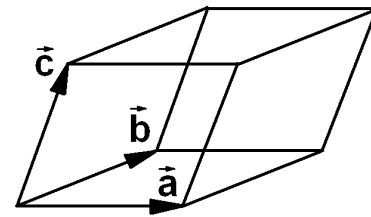
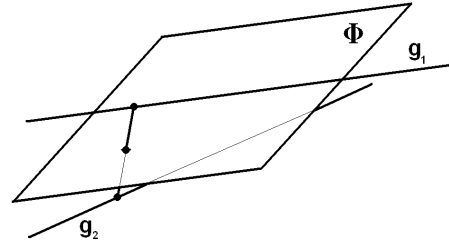
$$\Phi : Ax + By + Cz + D = 0, \quad \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \vec{e}_n$$

 $A, B, C, D = ?$

$$(2) \vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ y \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$V = 100$$

$$y = ?$$



$$(3) \vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{d}_1 = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = ?$$

$$\vec{d}_2 = \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = ?$$

$$\vec{d}_1 \times \vec{d}_2 = ?$$

$$(4) \begin{array}{l} 4x - 2y + 3z - 5 = 0 \\ 8x - 2y + 4z - 6 = 0 \\ 9x + \alpha y + \beta z + 4 = 0 \end{array}$$

$$x(\alpha, \beta) = ?$$

$$y(\alpha, \beta) = ?$$

$$z(\alpha, \beta) = ?$$

(Cramer)

1.16 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 15

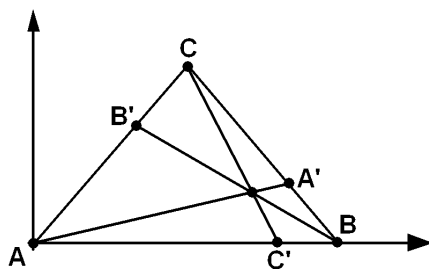
- (1) Arbeite weiter an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!
- *Continuer le travail à l'introduction dans Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

1.17 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 15z

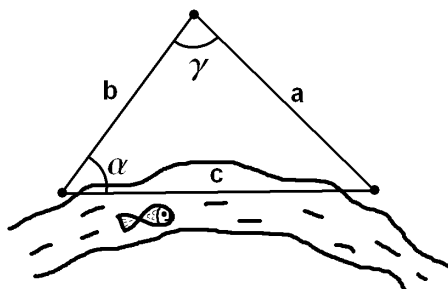
- (1) $\vec{a} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$
 $\vec{b} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2$
 $\vec{c} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$
- $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\} \rightsquigarrow$ Basis? • Base?
 Basiswechsel: • *Changement de base*:
 $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 = ?$

(2)



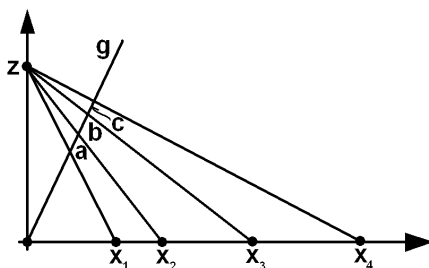
Gegeben: • *Donné*:
 $B = B(8/0)$, $C = C(5/6)$,
 $\overrightarrow{AB'} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BA'} = \frac{2}{5} \overrightarrow{BC}$
 $\rightsquigarrow C' = ?$

(3)



Gegeben: • *Donné*:
 $a = 67.54 \text{ m}$, $b = 59.18 \text{ m}$
 $\gamma = 98^\circ 12' 14''$
 $\rightsquigarrow c = ?$, $\alpha = ?$

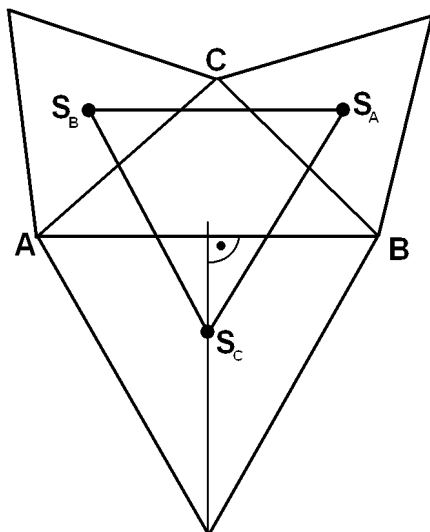
(4)



Gegeben: • *Donné*:
 $Z = Z(0/12)$, $a : b = 1$

- (a) $c : b = ?$
- (b) Ist es möglich, eine Gerade g so zu legen, dass $a = b = c$ gilt?
 • *Est-ce que c'est possible de tracer une droite de façon qu'il vaille $a = b = c$?*

(5)

Gegeben: • *Donné:* $A = A(1/1), B = B(10/4)$ $C = C(5/9) \leadsto \triangle ABC$ Über a, b, c werden die gleichseitigen $\triangle$ errichtet $\leadsto$ Schwerpunkte S_A, S_B, S_C .• *Sur les arêtes a, b, c on construit les $\triangle$ équilatéraux $\leadsto$ centres de gravitation S_A, S_B, S_C .*(a) Berechne • *Calculer S_A, S_B, S_C !*(b) Berechne • *Calculer $|\overline{S_A S_B}|, |\overline{S_B S_C}|, |\overline{S_C S_A}|$!*

1.18 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 16

(1) $z_1 = 2 + 4i, \quad z_2 = -4 - 6i$

(a) Skizze: • *Esquisse:* $z_1, z_2, z_1^{-1}, z_2^{-1}, \bar{z}_1, \operatorname{Re}(z_1)$

(b) $z_1 \cdot z + z_2^{-1} = \frac{\bar{z}_1}{\operatorname{Re}(z_1)} \rightsquigarrow z_1 = ?$

(c) $\frac{|z_1|}{|z_2|} = ?$

(d) $w^6 = z_2 \rightsquigarrow$ Skizze: $w_0, w_1, \dots ?$ • *Esquisse* $w_0, w_1, \dots ?$

(e) $w_1 = ?$

(2) **Geg.:** • **Donné:** $\triangle ABC, \quad \vec{OA} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{OB} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{OC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$

(a) Stelle $\triangle ABC$ mit Hilfe von komplexen Zahlen in $\mathbb{C}$ dar!

• *Représenter $\triangle ABC$ à l'aide de nombres complexes dans $\mathbb{C}$!*

(b) Drehe $\triangle ABC$ um O mit $\varphi = \frac{5\pi}{11} \rightsquigarrow \triangle A'B'C' ?$

• *Révolution de $\triangle ABC$ autout de O avec $\varphi = \frac{5\pi}{11} \rightsquigarrow \triangle A'B'C' ?$*

(3) $f(x) = 2(x-2)(x+3)(x-4)(x+5)(x-8)$

(a) Skizziere den Graphen!

• *Esquisse du graphe de f !*

(b) Berechne die Nullstellen!

• *Calculer les zéros!*

(c) Vergleiche den Grad von f mit der Anzahl der Nullstellen!

• *Comparer le degré de f avec le nombre de zéros!*

1.19 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 17

Repetition: • *Répétition:*

$$(1) \quad \Phi: \vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad Ax + By + Cz = 1 \rightsquigarrow A, B, C = ?$$

$$(2) \quad 2x - 4y + 3z - 8 = 0$$

$$(a) \quad y_1 = 0, \quad z_1 = 0 \rightsquigarrow x_1 = ? \rightsquigarrow P_1$$

$$(b) \quad x_2 = 0, \quad z_2 = 0 \rightsquigarrow y_2 = ? \rightsquigarrow P_2$$

$$(c) \quad x_3 = 0, \quad y_3 = 0 \rightsquigarrow z_3 = ? \rightsquigarrow P_3$$

$$\Phi: \vec{r} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \lambda \overrightarrow{P_1 P_2} + \mu \overrightarrow{P_1 P_3} = ?$$

$$(3) \quad \Phi_1: 2x - 4y + 3z - 8 = 0 \quad \Phi_2: 2x + 5y - 4z + 4 = 0 \rightsquigarrow \Phi_1 \cap \Phi_2 \cap (x, y)_{z=0} = ?$$

1.20 Lösungen ◇ Lines pour solutions

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe01.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe02.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe03.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe04.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe05.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe06.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe07.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/B1Alz07.pdf>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/T1aB19900.pdf>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/T1bB19900.pdf>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/T1cB19900.pdf>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe08.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe09.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe10.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe11.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe12.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe13.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe14.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe14a.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe15.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/TheProblems/UE1Alg15z.pdf>
<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe15z.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe16.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s1AlUe17.nb>

1.21 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 II / 1

(1) Arbeite am *Mathematica*-Kurs!

- *Travailler au cours de Mathematica!*

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

1.22 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 II / 2

(1) $\cos(6\varphi) = ?$ (Moivre)

(2) $\cos(\varphi)^4 = ?$ (Fourier)

(3) $\frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x + 1} = ?$ (Partialbrüche • *Fractions partielles*)

(4) $\frac{1}{(x-2)^2(x^2+2x+3)} = ?$ (Partialbrüche • *Fractions partielles*)

(5) $\frac{1}{(x-2)(x+3)} = ?$ (Partialbrüche • *Fractions partielles*)

(6) $w^7 = 2 + 5i = \rightsquigarrow w_0 + w_1 = \dots + w_6 = ?$

(7) $\left| \begin{array}{rcl} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 & = & 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 & = & 6 \end{array} \right| \quad \mathbb{L} = ?$

1.23 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 II / 3

$$(1) \quad \left| \begin{array}{rcl} \lambda \cdot x - 5x + 6z + 7w & = & 8 \\ 4x - 8y + 9z + w & = & 1 \\ x + y - z + w & = & 0 \end{array} \right|$$

$$(a) \lambda = 3 \Rightarrow \mathbb{L} = ?$$

$$(b) \mathbb{L} = \{\} \Rightarrow \lambda = ?$$

$$(c) \mathbb{L} = \text{Ebene} \bullet \text{plan} \Rightarrow \lambda = ?$$

$$(2) \quad \left| \begin{array}{rcl} x + y + z + w & = & 1 \\ x + 2y + 3z + 4w & = & 2 \\ x + 4y + 9z + 16w & = & 3 \\ x + 8y + 27z + 64w & = & 4 \end{array} \right|$$

$$\mathbb{L} = ? \text{ (Gauss-Jordan!)}$$

$$(3) \quad \left| \begin{array}{rcl} x + y + z + w & = & 1 \\ x + 2y + 3z + 4w & = & 2 \\ 2x + 3y + 4z + 5w & = & 3 \\ 0x + 1y + 2z + 3w & = & 1 \end{array} \right|$$

$$\mathbb{L} = ?$$

$$(4) \quad \left| \begin{array}{rcl} x + y + z + w & = & 1 \\ x + 2y + 3z + 4w & = & 2 \\ 2x + 3y + 4z + 5w & = & 1 \\ 0x + 1y + 2z + 3w & = & 3 \end{array} \right|$$

$$\mathbb{L} = ?$$

1.24 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 I / 3a

Interpretiere die folgenden Gleichungen geometrisch und löse sie mit Cramer:

- *Interpréter géométriquement les équations suivantes et les résoudre à l'aide de Cramer:*

$$(1) \quad \begin{vmatrix} \lambda \cdot x - 5x + 6z & = & 8 \\ 4x - 8y + 9z & = & 1 \\ x + y - z & = & 0 \end{vmatrix}$$

$$(a) \lambda = 3 \Rightarrow \mathbb{L} = ?$$

$$(b) \mathbb{L} = \{\} \Rightarrow \lambda = ?$$

$$(c) \mathbb{L} = \text{Gerade} \bullet \text{Droite} \Rightarrow \lambda = ?$$

$$(2) \quad \begin{vmatrix} x + y + z & = & 1 \\ x + 2y + 3z & = & 2 \\ x + 4y + 9z & = & 3 \\ 3x + 7y + 13z & = & 6 \end{vmatrix}$$

$$\mathbb{L} = ?$$

$$(3) \quad \begin{vmatrix} x + y + z & = & 1 \\ x + 2y + 3z & = & 2 \\ 2x + 3y + 4z & = & 3 \\ 0x + 1y + 2z & = & 1 \end{vmatrix}$$

$$\mathbb{L} = ?$$

- (4) Die folgenden Vektoren sind Seitenvektoren eines Tetraeders. Berechne das Volumen.

- *Les vecteurs suivants indiquent les arêtes d'un tétraèdre. Calculer le volume.*

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- (5) Berechne den minimalen Abstand der folgenden Geraden:

- *Calculer la distance minimale des droites suivantes:*

$$g_1: \vec{r}_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$g_2: \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

1.25 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 II / 4

(1) Sei • Soit $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ z \end{pmatrix}$

Die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ definieren eine Pyramide (Tetraeder). Wie gross muss z gewählt werden, damit der Volumeninhalt $V = 100$ wird?

• Les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ définissent une pyramide (tétraèdre). Comment choisir z de façon que le volume soit $V = 100$?

(2) Partialbruchzerlegung: • Décomposition en fractions partielles:

(a) $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)(x+2)(x+4)}$

(b) $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)^2(x+2)}$

(c) $f(x) = \frac{x^2}{(x-1)^4}$

(d) $f(x) = \frac{1}{x(x-1)}$

(3) Löse: • Résoudre:

$$\left| \begin{array}{rcl} 4x - 2y + 3z & = & 1 \\ 5x - 3y + 4z & = & 2 \\ 6x - 4y + rz & = & 3 \end{array} \right|$$

$$\left| \begin{array}{rcl} 4x - 2y + 3z & = & 1 \\ 5x - 3y + 4z & = & 2 \\ 6x - 4y + 5z & = & 3 \end{array} \right|$$

(4) Arbeite an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test! (Löse Tests, Serien 2.)

• Travailler à l'introduction dans *Mathematica*! En plus répéter la matière pour le prochain test! (Résoudre tests, séries 2.)

1.26 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 II / 5

(1) Gauss–Jordan: • *Gauss–Jordan*:

$$\left| \begin{array}{cccc|c} 1x + 2y + 0z + 4w & = & 0 \\ 0x + 1y + 0z + 0w & = & 1 \\ 1x + 0y + 3z + 6w & = & 2 \\ 0x + 1y + 5z + 1w & = & 3 \end{array} \right|$$

$$(2) \quad (a) \quad M_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad \det(M_4) = ?$$

$$(b) \quad M_a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad \det(M_a) = ?$$

$$(3) \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ y \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\} \text{ l.a. l.d.}, \quad y = ?$$

$$(4) \quad M_1 = \begin{pmatrix} + & 2 & 1 & 3 & 5 \\ -1 & 4 & 1 & 2 & 4 \\ +1 & 8 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 16 & 1 & 0 & 11 \\ -1 & 32 & 1 & -1 & 18 \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 3 & 5 \\ +1 & 4 & 1 & 2 & 4 \\ -1 & 8 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 16 & 1 & 0 & 11 \\ +1 & 32 & 1 & -1 & 18 \end{pmatrix}$$

$$\det(M_1 + M_2) = ?$$

1.27 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 II / 5a

(1) Cramer: • *Cramer*:

$$\left| \begin{array}{cccc} 1x + 2y + 0z + 4w & = & 0 \\ 0x + 1y + 0z + 0w & = & 1 \\ 1x + 0y + 3z + 6w & = & 2 \\ 0x + 1y + 5z + 1w & = & 3 \end{array} \right|$$

$$(2) \quad M_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \det(M_4) = ?$$

$$(3) \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} a \\ -b \\ c \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -a \\ y \\ -c \end{pmatrix}, \quad \{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\} \text{ l.a.'l.d.}, \quad y = ?$$

$$(4) \quad M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}(t) = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{b}(t) = M \cdot \vec{a}(t) = ?$$

1.28 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 II / 6

$$(1) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 7 \\ 10 & -1 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 12 \end{pmatrix}$$

- (a) $A \cdot B = ?$
- (b) $B \cdot A = ?$
- (c) $A \cdot A := A^2 = ?$
- (d) $A^3 = ?$
- (e) $A^2 \cdot B = ?$
- (f) $A \cdot (B \cdot A) = ?$
- (g) $A \cdot (A \cdot B) = ?$
- (h) $\det(A) = ?$
- (i) $\det(B) = ?$
- (j) $(\det(A)) \cdot (\det(B)) = ?$
- (k) $\det(A \cdot B) = ?$
- (l) $\det(A^3) = ?$
- (m) $(\det(A))^3 = ?$

$$(2) \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = ?$$

$$(3) \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = ?$$

1.29 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 II / 7

- (1) Arbeite weiter an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!
- *Continuer le travail à l'introduction dans Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

1.30 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 II / 8

- (1) (a) Sei $D_{z,\alpha}$ = Drehung um die z -Achse um den Winkel α .
 • Soit $D_{z,\alpha}$ = révolution autour de l'axe z par l'angle α .

$$Fig1 \xrightarrow{D_{z,\frac{\pi}{5}}} Fig2 \xrightarrow{y \mapsto -2y} Fig3 \xrightarrow{D_{z,-\frac{\pi}{5}}} Fig4 \xrightarrow{D_{y,\frac{\pi}{6}}} Fig5$$

Berechne eine Matrix M , die die Abbildung $Fig1 \mapsto Fig5$

- Calculer la matrice M qui donne l'application $Fig1 \mapsto Fig5$

- (b) Bilde mit M das Dreieck $\triangle ABC$ ab. • Appliquer le triangle $\triangle ABC$ à l'aide de M .

$$\triangle ABC \mapsto A'B'C', \quad A(1/-1/4), \quad B(5/5/8), \quad C(-4/1/-3)$$

- (c) Berechne den Flächeninhalt von $\triangle ABC$ und $\triangle A'B'C'$.

- Calculer la surface de $\triangle ABC$ et de $\triangle A'B'C'$.

(2) $M = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad g: \vec{r} = \vec{r}_0 + t \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$

- (a) $g': M \cdot \vec{r} = ?$

- (b) Gibt es Vektoren, für die gilt: • Est-ce qu'il y a des vecteurs qui satisfont:

$$M \cdot \vec{x} = \vec{x} \quad (\text{Fixpunkte}) \quad \bullet \quad (\text{Points fixes})$$

1.31 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 II / 9

$$(1) \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 14 \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}, \quad B_2 = \{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\}$$

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ definieren einen Spat. Berechne das Volumen V in den Basis B_1 und B_2 .

• $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ définissent un parallélépipède. Calculer le volume V dans les bases B_1 et B_2 .

(2) Gauss–Jordan: • *Gauss–Jordan*:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \rightsquigarrow A^{-1} = ?$$

$$(3) \quad g: \vec{v}(t) = \vec{r}_0 + t \cdot \vec{a}, \quad \vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{0P_1} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{0P_2} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \overline{P_1P_2}$$

Drehung von $\overline{P_1P_2}$ um g um par $\varphi \rightsquigarrow \overline{P'_1P'_2}$.

• Révolution de $\overline{P_1P_2}$ autour de g par $\varphi \rightsquigarrow \overline{P'_1P'_2}$.

$$(a) \quad \varphi = \varphi_1 = \frac{\pi}{7} \rightsquigarrow \overline{P'_1P'_2} = ?$$

$$(b) \quad \varphi = \varphi_2 = -\frac{\pi}{7} \rightsquigarrow \overline{P'_1P'_2} = ?$$

1.32 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 II / 10

$$(1) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(a) Eigenwerte von $A = ?$ • *Valeurs propres de $A = ?$*

(b) Eigenvektoren von $A = ?$ • *Vecteurs propres de $A = ?$*

(c) Stelle $\vec{v}$ in der Basis der Eigenvektoren dar! (Skizze)

• *Représenter $\vec{v}$ dans la base des vecteurs propres! (Esquisse)*

(d) Berechne $\vec{w} = A \cdot \vec{v}$ und trage $\vec{w}$ in die Skizze ein.

• *Calculer $\vec{w} = A \cdot \vec{v}$ et dessiner $\vec{w}$ dans l'esquisse.*

(e) $A^{-1} = ?$

Eigenwerte und Eigenvektoren von $A^{-1} = ?$

• *Valeurs propres et vecteurs propres de $A^{-1} = ?$*

$$(2) \quad A^T \cdot (A \cdot X) = A^2 - A + A^T \rightsquigarrow X = ?$$

$$(3) \quad \text{Ohne Rechner: } \bullet \text{ Sans calculatrice: } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow A^{-1} = ?$$

1.33 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 II / 11

$$(1) \quad g : \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + t \cdot \vec{a}, \quad \vec{r}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \quad P = P(x, y, z)$$

Sei g orientiert durch den Vektor $\vec{a}$. • g soit orientée par le vecteur $\vec{a}$.

Konstruiere eine Matrix, die P um g um den Winkel φ dreht.

- Construire une matrice qui donne une révolution de P autour de g par φ .

1.34 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 II / 12

(1) $g: \vec{r}(t) = \vec{0} + t \cdot \vec{x}_1, \quad \vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \lambda$

(λ vernünftig) • (λ *raisonable*)

Sei g Fixgerade für die Abbildung $\mathcal{A}$. • *Soit g la droite fixe pour l'application $\mathcal{A}$.*

Sei $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$ Basis. Soit $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$ base.

Sei • *Soit $\mathcal{A}: \vec{v} = \mu_1 \cdot \vec{x}_1 + \mu_2 \cdot \vec{x}_2 \mapsto A \cdot \vec{v} = \mu_1 \cdot \vec{x}_1 - 2 \mu_2 \cdot \vec{x}_2$*

(a) $A = ?$

(b) $\mathcal{A}: \triangle P_1 P_2 P_3 \mapsto \triangle P'_1 P'_2 P'_3$

$$\vec{OP}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{OP}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \vec{OP}_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow P'_1, P'_2, P'_3 = ?$$

Zeichnung / Rechnung! • *Dessin / Calcul!*

1.35 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 II / 13

(1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

- (a) Eigenwerte von $A = ?$ • *Valeurs propres de $A = ?$*
 (b) Eigenvektoren von $A = ?$ • *Vecteurs propres de $A = ?$*
 (c) $A = U \cdot D \cdot U^{-1}$, $U, D, U^{-1} = ?$
 (d) $\vec{x}^T \cdot A \cdot \vec{x} = (x_1, x_2) \cdot A \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 4$, $(x_1, x_2) \cdot A \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = ?$
 (e) $\vec{x}^T \cdot A \cdot \vec{x} = (\vec{x}^T \cdot U) \cdot D \cdot (U^{-1} \cdot \vec{x}) \rightsquigarrow \vec{x}^T \cdot U = ?$ $U^{-1} \cdot \vec{x} = ?$
 (f) Sei • *Soit* $\vec{x}^T \cdot U = \vec{v}^T = (v_1, v_2)$, $U^{-1} \cdot \vec{x} = \vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$
 $\rightsquigarrow \vec{x}^T \cdot A \cdot \vec{x} = \vec{v}^T \cdot D \cdot \vec{y} \rightsquigarrow \vec{y} = ?$ $\vec{v}^T = ?$

(2) **Geg.:** • **Donné:**

Eigenvektoren von A : • *Vecteurs propres de A :*

$$\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Eigenwerte von A : • *Valeurs propres de A :*

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = -1, \quad \lambda_3 = 2$$

- (a) $A = ?$
 (b) $A \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = ?$

1.36 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 II / 14

- (1) Arbeite an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!
- *Travailler à l'introduction dans Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

1.37 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ E1 II / 15

(1) Geg.: • Donné: :

$$66x^2 - 24xy + 59y^2 - 444x + 308y + 973 = 0$$

- (a) Kegelschnitt ? • *Section de cône ?*
- (b) Lage des Kegelschnitts ? • *Comment est-elle est située ?*
- (c) Grösse ? • *Ampleur ?*
- (d) Hauptachsentransformation ? • *Transformation d'après les axes principaux ?*

1.38 Lösungen $\diamond$ Lines pour solutions

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe01.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe02.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe03.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe03a.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe04.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe05.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe05a.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe06.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe06a.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe07.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe08.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe09.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe10.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe11.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe12.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe13.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe14.nb>

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/E1s2AlUe15.nb>

Kapitel • Chapitre 2

Algebra Mikrotechnik — Algèbre microtechnique

2.1 Inhalt — Les matières

- (1) Übungen 1. Semester • *Exercices semestre 1*
- (2) Übungen 2. Semester • *Exercices semestre 2*
- (3) Lösungen siehe unter den Links: • *Solutions voir les liens:*

<http://rowicus.ch/Wir/TheProblems/Problems.html>
(Schema) • (*Schéma*)

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/ProblemsSolutions.html>
(*Mathematica*-Quellencode) • (*Code de source en Mathematica*)

- (4) Vordiplome siehe unter Link: • *Diplômes préalables voir le lien:*

<http://rowicus.ch/Wir/VDs/VDs.html>

2.2 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 I / 1

- (1) (a) Ursprung der Mathematik?
 • *Origine des mathématiques?*
 (b) Wie $\mathbb{Q}$ nummerieren?
 • *Comment numéroter $\mathbb{Q}$?*

(2) Zeigen: • *Montrer:*

- (a) In einem Dreieck ist die Winkelsumme immer 180° .
 • *Dans un triangle la somme des angles est toujours 180° .*
 (b) Satz von Pythagoras.
 • *Théorème de Pythagore.*
 (c) Satz von Thales.
 • *Théorème de Thales.*

Wieso muss man die mathematischen Sätze beweisen?

- *Pourquoi est-ce qu'il faut prouver les théorèmes mathématiques?*

- (3) Bearbeite den Stoff der Lektionen (Verbesserungen ...).
 • *Elaborer la matière des leçons (corrections ...).*

Organisation, Planung:

- (a) Planung organisieren! (Strategie, Prinzipien, Tandem)
 (b) Einarbeitung in die Lerntechnik
 (c) A4-Seite mit den wichtigsten 7 Punkten abgeben.

• *Organisation, projets:*

- (a) • *Organiser la planification! (Strategie, principes, tandem)*
 (b) • *Se mettre au courant concernant la "technique d'apprendre".*
 (c) • *Livrer une page A4 avec les 7 points les plus importants.*

- (4) Rechner-Probleme lösen, falls nötig beschaffen:

- *Résoudre les problèmes avec les ordinateurs, procurer si nécessaire:*

- (a) Account (Schule) • *Account (école)*
 (b) Mathematica-Zugang • *Possibilité d'utiliser Mathematica*
 (c) Mathematica-Kurs (DOWNLOAD, WIR) • *Cours de Mathematica (DOWNLOAD, WIR)*
 (d) Eigener Rechner, Mathematica, Zip, Internet • *Ordinateur privé, Mathematica, Zip, Internet*
 (e) Taschenrechner. • *Calculatrice de poche.*

(5) Reglemente, Literatur: • *Règlements:*

- (a) Schulreglemente studieren, Weisungen, Führer • *Etudier les règlements de l'école, directives, guides*
- (b) Literatur (Lehrbuch, Formeln) beschaffen • *Procurer la littérature (livres de théorie, formules).*

(6) Porte-Feuille: • *Porte-feuille:*

- | | |
|--|---|
| (a) Eigene Formelsammlung, Zusammenfassungen | (a) • <i>Collection de formules, abrégé</i> |
| (b) Planungen, Lerntechnik: Strategien, Prinzipien, Schemata, wichtige Dinge | (b) • <i>Planification, technique de travail: Stratégies, principes, schémas, choses importants</i> |
| (c) Übungen | (c) • <i>Exercices</i> |
| (d) Prüfungen, Verbesserungen | (d) • <i>Tests, corrigés</i> |
| (e) Mathematica-Arbeiten | (e) • <i>Travaux de Mathematica</i> |
| (f) Journal | (f) • <i>Journal</i> |

Benotet werden: • *On donne des notes pour:*

- | | |
|--|---|
| (a) Tests | (a) • <i>Tests</i> |
| (b) Porte-Feuille, Arbeiten, Mitarbeit | (b) • <i>Porte-feuille, travaux, travail pendant la leçon</i> |

Abgabe der Uebungen: Woche später. • *Rendre les exercices: une semaine plus tard.*

(7) Wie werden die folgenden Symbole verwendet?

• *Comment est-ce-qu'on utilise les symboles suivants?*

$\otimes \wedge$	$\otimes \Leftrightarrow$	$\otimes \{...\}$	$\otimes \setminus$
$\otimes \vee$	$\otimes \dot{\vee}$	$\otimes \cap$	$\otimes \dot{\vee}$
$\otimes \neg$	$\otimes \forall$	$\otimes \cup$	$\otimes \Delta$
$\otimes \Rightarrow$	$\otimes \exists$	$\otimes \bar{M}$	$\otimes \dots$

2.3 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 I / 2

(1) Zeige: • *Montrer:* $\neg(X_1 \vee X_2) \equiv \neg X_1 \wedge \neg X_2$

(2) Zeige: • *Montrer:*

(a) $\neg(A \vee B) \Rightarrow \neg A \wedge \neg B$ Tautologie • *tautologie*

(b) $\neg((A \Rightarrow C) \vee B) \Rightarrow \neg(A \Rightarrow C) \wedge \neg B$ Tautologie • *tautologie*

(c) $A \wedge B \Rightarrow A$ Implikation • *implication*

(d) $((A \Rightarrow B) \Rightarrow A) \Rightarrow A \equiv W$

(3) Untersuche: • *Etudier:*

(a) $(A \Rightarrow \neg B) \wedge B \vdash \neg A$

(b) $(A \Rightarrow B) \wedge B \vdash A$

(4) Schreibe polnisch: • *Ecrire de façon polonaise:* $((A \Rightarrow B) \wedge B) \Rightarrow (A \vee B)$

(5) Schreibe als geordnete vollständige aNF und auch als geordnete vollständige kNF:

• *Ecrire comme aNF équivalente complète et ordonnée et aussi comme kNF équivalente complète et ordonnée:*

$$(A \wedge \neg B) \Rightarrow C$$

(6) Sei • *Soit* $M = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$.

Schreibe mit Hilfe von Junktoren: • *Ecrire à l'aide de symboles logiques:*

(a) $\forall_{x \in M} : x \neq 7$

(b) $\exists_{x \in M} : x < 0$

2.4 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 I / 3

(1) Normalformen? • *Formes normales?*

(a) $P(X_1, X_2, X_3) \equiv (\neg X_1 \wedge X_2 \vee X_3) \Rightarrow \neg(X_1 \Leftrightarrow X_2 \wedge X_3)$

(b)

Var	A	B	C	$P(A, B, C)$
$t(Var)$	0	0	0	1
	0	0	1	0
	0	1	0	1
	0	1	1	1
	1	0	0	0
	1	0	1	1
	1	1	0	1
	1	1	1	0

(2)

$$\forall_{c \in \mathbb{N} \wedge c > 15} \exists_{a, b \in \mathbb{N}} : a^2 + b^2 = c^2 \rightsquigarrow \text{wahr?} \bullet \text{vrai?}$$

2.5 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 I / 4

- (1) Selbststudium nach Angaben des Dozenten.
 - *Travail personnel selon instructions du professeur.*
- (2) Finde Beispiele für Äquivalenzrelationen!
 - *Donner des exemples pour des relations d'équivalence!*
- (3) (a) Leite eine Formel her für die maximale Anzahl der Schnittpunkte von n Geraden einer Ebene.
 - *Déduire une formule pour le nombre de points d'intersection maximale de n droites du plan.*(b) Beweise die Formel mit vollständiger Induktion.
 - *Prouver la formule à l'aide de la méthode de l'induction complète.*

2.6 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 I / 5

(1)

$$f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$$

$$g(y) = 2y^3 - y^2 + 3y + 4$$

$$h(z) = (z - 1)(z + 3)$$

$$\leadsto \text{ (a) } g \circ f = ?$$

$$\text{ (b) } h \circ g = ?$$

$$\text{ (c) } h \circ (g \circ f) = ?$$

$$\text{ (d) } (h \circ g) \circ f = ?$$

$$(2) \quad 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2^{n-1} \stackrel{?}{=} 2^n - 1$$

$$(3) \quad \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} \stackrel{?}{=} \frac{n}{n+1}$$

(4) Studiere das Kapitel über Zahlen. • *Etudier le chapitre sur les nombres.*

(5) Kopiere die *Mathematica*-Files und bearbeite die Einführungs-Files.

• *Copier les fichiers de Mathematica et élaborer les fichiers de l'introduction.*

Erstelle dann je einen Plot3D: • *Programmer ensuite un Plot3D pour chaque fonction:*

$$\text{ (a) } f(x, y) = \sin(\cos(x - y))$$

$$\text{ (b) } g(x, y) = \cos(x + y)$$

$$\text{ (c) } h(x, y) = \cos(x \cdot y)$$

2.7 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 I / 6

- (1) Arbeite an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!
- *Travailler à l'introduction dans Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

2.8 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 I / 7

- (1) Arbeite an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!
- *Travailler à l'introduction dans Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

2.9 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ Type F1 ◇ I

/ 8

(1) $z = 3 + 4i$

(a) $\bar{z} = ?$

(b) $|z| = ?$

(c) $z^2 = ?$

(d) $\frac{1}{z} = ?$

(e) $\frac{1}{z} = ?$

(f) $\frac{1}{|z|} = ?$

(g) $z \cdot \bar{z} = ?$

(h) $\frac{\bar{z}}{|z|^2} = ?$

(i) $|\bar{z}| = ?$

(2) $z_1 = 1 - i, \quad z_2 = -1 + 2i$

(a) $z_1 \cdot z_2 = ?$

(b) $\frac{z_1}{z_2} = ?$

(c) $|\frac{z_1}{z_2}| = ?$

(d) $\frac{z_1 + z_2}{z_2} = ?$

(e) $\frac{3z_1 + 2z_2}{4z_2} = ?$

(f) $z_1^2 \cdot z_2^3 = ?$

(3) $z_1 = -1 - i$

(a) $z^2 = z_1 \leadsto z = ?$

(b) $z^3 = z_1 \leadsto z = ?$

(c) $z^4 = z_1 \leadsto z = ?$

(d) $z^5 = z_1 \leadsto z = ?$

(4) $x^2 + x + 1 = 0, \quad x_{1,2} = ?$

(5) (a) $z_1 = 2 + i \Rightarrow z_1^2, z_1^3, z_1^4 = ?$

Skizze! • *Esquisse!*

(b) $z_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (1 + i) \Rightarrow z_2^2, z_2^3, z_2^4 \dots z_2^M = ?$

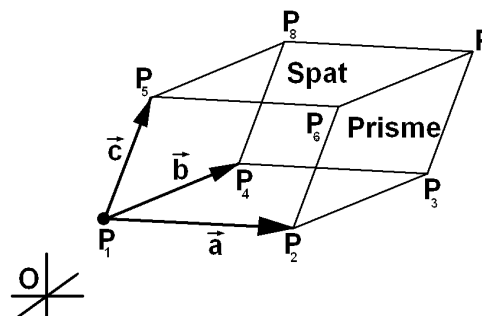
Skizze! • *Esquisse!*

2.10 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 I / 9

(1)

$$\overrightarrow{0P_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -12 \end{pmatrix}$$

(a) $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\} \rightsquigarrow$ l.u./l.i.?(b) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ spiegeln an P_1 • *réfléter à P_1* $\rightsquigarrow \vec{a}', \vec{b}', \vec{c}' = ?$ (c) $|\vec{a}| = ?$, $|\vec{b}| = ?$, $|\vec{c}| = ?$ (d) $|\overrightarrow{P_1P_7}| = ?$, $|\overrightarrow{P_5P_3}| = ?$, $|\overrightarrow{P_2P_8}| = ?$, $|\overrightarrow{P_4P_6}| = ?$ (2) Aktuelle Basis: • *Base actuelle*: $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow B$ Neue Basis: • *Base nouvelle*: $\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \rightsquigarrow B'$ In B : • *Dans B* : $\vec{v} = \vec{v}_B = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}_B \rightsquigarrow \vec{a}_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}_B$, $\vec{b}_B = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}_B$ In B' : • *Dans B'* : $\vec{v} = \vec{v}_{B'} = \mu_1 \vec{b}_1 + \mu_2 \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}_{B'} \rightsquigarrow \vec{a}_{B'} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}_{B'}$, $\vec{b}_{B'} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}_{B'}$

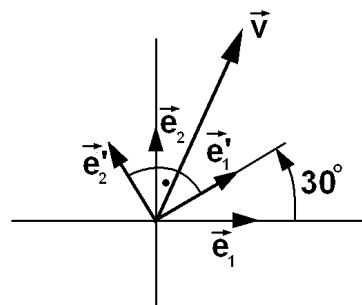
$$\rightsquigarrow \vec{a}_{B'} + \vec{b}_{B'} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}_{B'}, \quad |\vec{a}_{B'} + \vec{b}_{B'}| = ?$$

(3)

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}_B = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2$$

$$\vec{v}_{B'} = \mu_1 \vec{e}_1' + \mu_2 \vec{e}_2'$$

$$\rightsquigarrow \mu_1 \mu_2 = ?$$



WIR

2.11 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 I / 10

- (1) Arbeite an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!
- *Travailler à l'introduction dans Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

2.12 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 I / 11

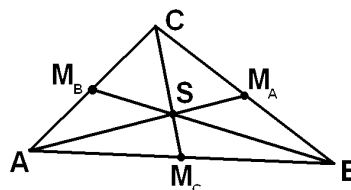
(1) $\vec{a} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$
 $\vec{b} = 7\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3$
 $\vec{c} = -4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - 6\vec{e}_3$

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}_{B'} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}_{B'}$$

$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 = ? (B')$

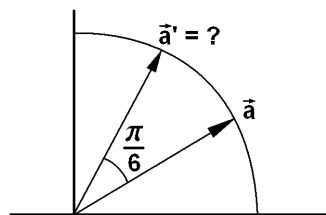
(2) $S = ?$

Formel berechnen! • *Trouver une formule!*



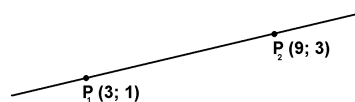
(3) $\sin(\alpha) + \cos(\alpha) \leq ? \quad \alpha \in \mathbb{R}$

(4) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
 $D_\varphi \rightsquigarrow \vec{a}' = ?$



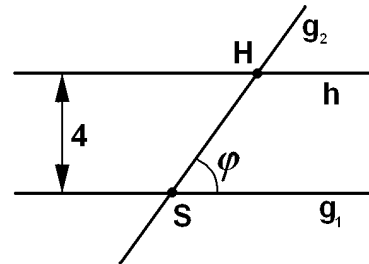
(5) $\tan(\alpha) + \tan(\beta) + \tan(\gamma) = \tan(\alpha) \cdot \tan(\beta) \cdot \tan(\gamma) \Rightarrow \alpha, \beta, \gamma = ?$

(6) $(P_1 P_2 P_3 P_4 = -1) \rightsquigarrow P_3, P_4 = ?$

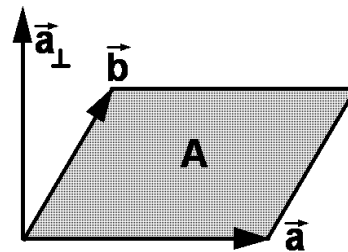


2.13 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 I / 12

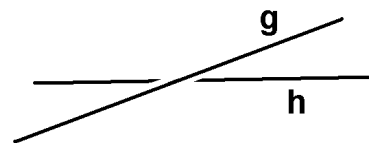
(1) $g_1: \vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$
 $g_2: \vec{r} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$
 $h = ? \quad S = ? \quad H = ? \quad \varphi = ?$



(2) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$
 $\vec{a}_\perp = ? \quad A = ? \quad |\vec{a}| = ? \quad |\vec{a}_\perp| = ?$
 $\vec{a}_1 = ?$



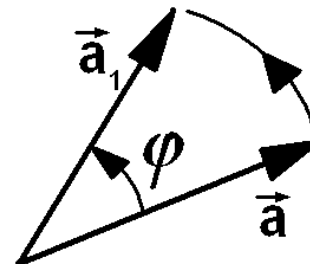
(3) $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
 $h: \vec{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$
 $g \cap h = ?$



(4) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \varphi = \frac{\pi}{3}$

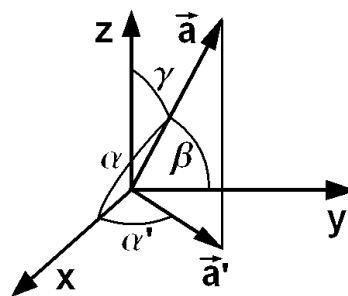
$\vec{a}_1 = ?$

Rückseite! • Verso!



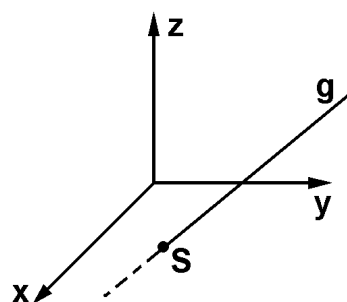
(5) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\alpha = ? \quad \beta = ? \quad \gamma = ? \quad \alpha' = ?$



(6) $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$S = ?$

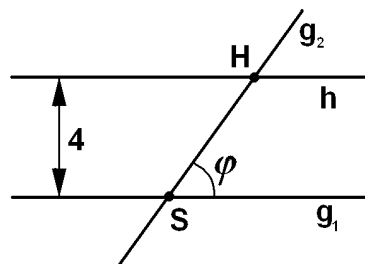


2.14 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 I / 13

(1) $g_1: \vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$

$g_2: \vec{r} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$

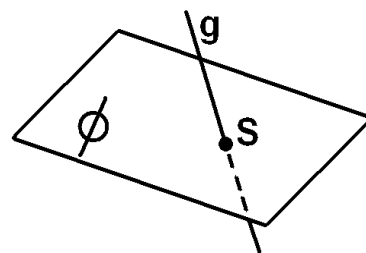
$h = ? \quad S = ? \quad H = ? \quad \varphi = ?$



(2) (a) $\vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\vec{\Phi} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

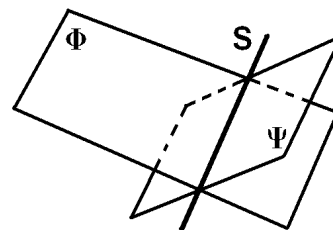
$S = ?$



(b) $\Psi: \vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$H_1 = \{(x, y, 0)\}, H_2 = \{(0, y, z)\}, H_3 = \{(x, 0, z)\}$

$s \cap H_1 = ? \quad s \cap H_2 = ? \quad s \cap H_3 = ?$

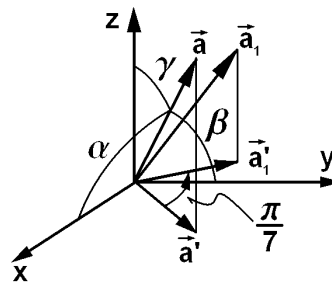


(3) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{a}' = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{a}_1 = ? \quad \vec{a}_1' = ?$

$\alpha = ? \quad \beta = ? \quad \gamma = ?$

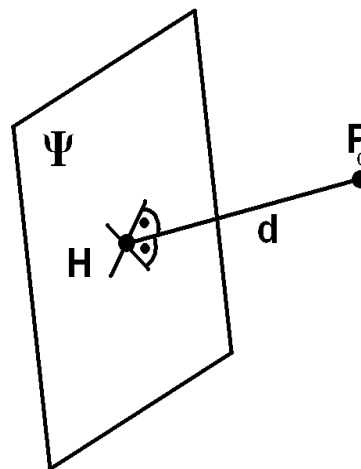
Rückseite! • Verso!



$$(4) \quad \Psi : \vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$P_0 = P_0(15, 20, 18)$$

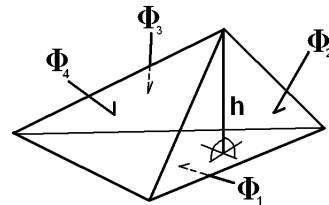
$$d = |\overline{HP_0}| = ? \quad H = ?$$



2.15 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 I / 14

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \Phi_1 : x + y + z + 1 = 0 \\
 & \Phi_2 : x + y + 2z - 1 = 0 \\
 & \Phi_3 : x + 2y + 4z + 10 = 0 \\
 & \Phi_4 : -x + y - 3z + 7 = 0
 \end{aligned}$$

$$h = ?$$



$$(2) \quad z(t) = 5 \cdot e^{i(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{5})} \rightsquigarrow \text{Skizze?} \bullet \text{Esquisse?}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & z = 1 = 1 + i \cdot 0 = \cos(0) + i \sin(0) = e^{i \cdot 0} = e^{i \cdot 2m\pi}, \quad n \in \mathbb{Z} \\
 & z = w^5 \Rightarrow w = z^{\frac{1}{5}} = 1^{\frac{1}{5}} = e^{i \cdot 2m\pi \frac{1}{5}} \rightsquigarrow \text{Skizze?} \bullet \text{Esquisse?}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & z = 5 \cdot e^{i \frac{\pi}{6}} = 5 \cdot e^{i \frac{\pi}{6} + 2n\pi} = w^5 \\
 & z^{\frac{1}{5}} = w = ? \rightsquigarrow \text{Skizze?} \bullet \text{Esquisse?}
 \end{aligned}$$

$$(5) \quad z_1 = 5 \cdot e^{i \frac{\pi}{6}}, \quad z_2 = \frac{1}{3} \cdot e^{i \frac{\pi}{5} \cdot 4}$$

$$(a) \quad z_1 \cdot z_2 = ? \rightsquigarrow \text{Skizze?} \bullet \text{Esquisse?}$$

$$(b) \quad \frac{z_1}{z_2} = ? \rightsquigarrow \text{Skizze?} \bullet \text{Esquisse?}$$

$$(c) \quad z_1^2 \cdot z_2^3 = ?$$

$$(d) \quad \operatorname{Re}\left(\frac{z_1^2}{z_2^3}\right) = ?$$

$$(e) \quad \operatorname{Im}\left(\frac{z_1^2}{z_2^3}\right) = ?$$

2.16 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 I / 15

- (1) Arbeite an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!
- *Travailler à l'introduction dans Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

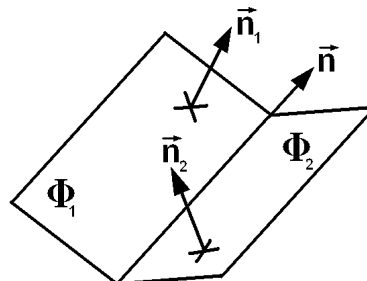
<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

2.17 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 I / 16

(1)

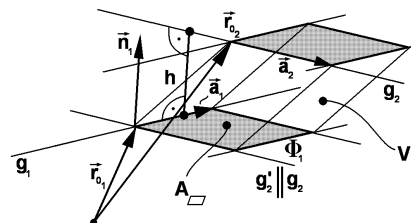
$$\begin{aligned}\Phi_1 : 3x + 2y - 4z + 5 &= 0 \\ \Phi_2 : -2x + 5y + 8z - 7 &= 0\end{aligned}$$

$$\vec{n}_1 = ? \quad \vec{n}_2 = ? \quad \vec{n} = ?$$



$$\begin{aligned}(2) \quad g_1 : \vec{r} &= \vec{r}_{0_1} + t \vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} \\ g_2 : \vec{r} &= \vec{r}_{0_2} + t \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$A = ? \quad V = ? \quad h = ?$$



$$(3) \quad \Phi : \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n}_\Phi = ?$$

$$\leadsto Ax + By + Cz + D = 0, \quad A, B, C, D = ?$$

(4)

$$g_1 : 2x + 3y - 5 = 0$$

$$g_2 : \alpha x + 4y + 6 = 0$$

$$(a) \quad g_1 \cap g_2 = \{\} \leadsto \alpha = ?$$

$$(b) \quad \mathbb{L} = \{\} \leadsto \alpha = ? \quad (\text{Cramer})$$

2.18 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 II / 1

(1) Arbeite am *Mathematica*-Kurs!

- *Travailler au cours de Mathematica!*

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

2.19 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 II / 2

(1) $\cos(6\varphi) = ?$ (Moivre)

(2) $\cos(\varphi)^4 = ?$ (Fourier)

(3) $\frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x + 1} = ?$ (Partialbrüche • *Fractions partielles*)

(4) $\frac{1}{(x-2)^2(x^2+2x+3)} = ?$ (Partialbrüche • *Fractions partielles*)

(5) $\frac{1}{(x-2)(x+3)} = ?$ (Partialbrüche • *Fractions partielles*)

(6) $w^7 = 2 + 5i = \rightsquigarrow w_0 + w_1 = \dots + w_6 = ?$

2.20 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 II / 3

(1)
$$\left| \begin{array}{rcl} \lambda \cdot x - 5x + 6z + 7w & = & 8 \\ 4x - 8y + 9z + w & = & 1 \\ x + y - z + z & = & 0 \end{array} \right|$$

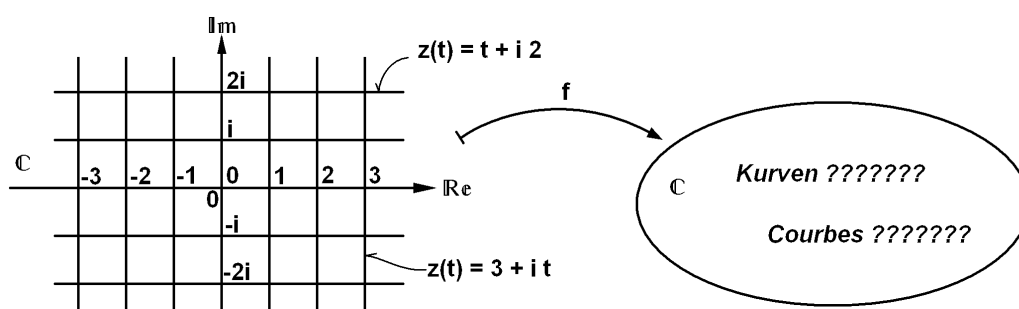
(a) $\lambda = 3 \Rightarrow \mathbb{L} = ?$

(b) $\mathbb{L} = \{ \} \Rightarrow \lambda = ?$

(c) $\mathbb{L} = \text{Ebene} \bullet \text{plan} \Rightarrow \lambda = ?$

(2) $f: z \mapsto w = z^2, \quad f: z(t) \mapsto w(t) = z(t)^2,$

Skizze? • *Esquisse?*



2.21 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 II / 4

- (1) Arbeite an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!
- *Travailler à l'introduction dans Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

2.22 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 II / 5

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}, \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

(1) $M = (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$

(a) $\det(M) = ?$

(b) $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ l.u. / l.i. ?

(2) (a) $M_1 = (\lambda \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}), \quad \det(M_1) = ?$

(b) $M_2 = (\vec{a}, \vec{b} + 7 \vec{c}, \vec{c}), \quad \det(M_2) = ?$

(c) $M_3 = (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} + \mu \vec{a}), \quad \det(M_3) = ?$

(3) $M = (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}), \quad B = (\vec{d}, \vec{b}, \vec{c})$

(a) $\det(M + B) = ?$

(b) $\det(M) + \det(B) = ?$

2.23 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 II / 6

(1) Entwickle: • *Développer*:

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 10 \\ 4 & -1 & 41 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 10 \\ 0 & -1 & 41 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 10 \\ 0 & -1 & 41 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 10 \\ 1 & -1 & 41 \end{vmatrix} = \dots$$

(2) Entwickle auf die gleiche Weise: • *Développer de la même façon*:

$$\det \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = \dots$$

2.24 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 II / 7

- (1) Arbeite weiter an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!
- *Continuer le travail à l'introduction dans Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

2.25 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 II / 8

$$(1) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$(a) \quad A^2 := A \cdot A = ?$$

$$(b) \quad A \cdot B = ?$$

$$(c) \quad B \cdot A = ?$$

$$(2) \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -9 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(a) \quad C^2 = ?$$

$$(b) \quad C \cdot D = ?$$

$$(c) \quad D \cdot C = ?$$

$$(d) \quad D \cdot F = ?$$

$$(e) \quad D^2 = ?$$

$$(f) \quad F \cdot D = ?$$

$$(3) \quad G = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad P_0 = P_0(1, 3) \hat{=} \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$P_0 \vdash \overset{G}{\longrightarrow} P_1 \vdash \overset{H}{\longrightarrow} P_2$$

$$P_0 \vdash \overset{H \circ G}{\longrightarrow} P_2$$

$$(a) \quad H \cdot G = ?$$

$$(b) \quad \vec{v}_1 = G \cdot \vec{v}_0 = ?$$

$$(c) \quad \vec{v}_2 = H \cdot \vec{v}_1 = ?$$

$$(d) \quad (H \cdot G) \cdot \vec{v}_0 = ?$$

2.26 Übungen in AlgGeo $\diamond$ Exercices en AlgGéo $\diamond$ F1 II / 9

$$(1) \quad g: \vec{v}(t) = \vec{r}_0 + t \cdot \vec{a}, \quad \vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{0P_1} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{0P_2} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \overline{P_1 P_2}$$

Drehung von $\overline{P_1P_2}$ um g um par $\varphi \rightsquigarrow \overline{P'_1P'_2}$.

- Révolution de $\overline{P_1 P_2}$ autour de g par $\varphi \rightsquigarrow \overline{P'_1 P'_2}$.

(a) $\varphi = \varphi_1 = \frac{\pi}{7} \leadsto \overline{P'_1 P'_2} = ?$

(b) $\varphi = \varphi_2 = -\frac{\pi}{7} \leadsto \overline{P'_1 P'_2} = ?$

(2) Sei $D_{\alpha,q}$ = Rotation um die q -Achse um den Winkel α .

- Soit $D_{\alpha,q}$ = une rotation par l'angle α autour de l'axe q .

$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Abbildungen: • *Applications:*

$$\begin{array}{ccccccc} \vec{v}_0 & \xrightarrow{D_{\frac{\pi}{5},z}} & \vec{v}_1 & \xrightarrow{y \mapsto -2y} & \vec{v}_2 & \xrightarrow{D_{-\frac{\pi}{5},z}} & \vec{v}_3 & \xrightarrow{D_{\frac{\pi}{6},y}} & \vec{v}_4 = M \cdot \vec{v}_0 \\ \sim \vec{v}_0 & \xrightarrow{M} & \vec{v}_4 & & & & & & \end{array}$$

(a) $M = ?$

(b) $\vec{v}_4 = ?$

(3) $M = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad g: \vec{r} = \vec{r}_0 + t \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$

(a) $g' : M \cdot \vec{r} = \vec{r}' = ?$

(b) $M \cdot \vec{x} = \vec{x} \Rightarrow \vec{x} = ?$

2.27 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 II / 10

(1) Sei • Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(a) $A^T = ?$

(b) $A \cdot A = A^2 = ?$

(c) $A^{-1} = ?$ (Ohne Rechner!) • (*Sans calculatrice!*)

(d) $(A^2)^{-1} = ?$

(e) $(A^{-1})^2 = ?$

(f) $(A^2 + A)^{-1} = ?$

(2) $A^T \cdot (A \cdot X) = A^2 - A + A^T \rightsquigarrow X = ?$

(3) $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = 2\vec{a} - \vec{b}$

Skizze von: • *Esquisse de*

(a) $\vec{v}$, $\vec{a}$, $\vec{b}$

(b) $B \cdot \vec{v}$, $B \cdot \vec{a}$, $B \cdot \vec{b}$

2.28 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 II / 11

(1) Sei • Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

(a) Eigenwerte von $A = ?$ • Valeurs propres de $A = ?$

(b) Eigenvektoren von $A = ?$ • Vecteurs propres de $A = ?$

(c) $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

Stelle $\vec{v}$ in der Basis der Eigenvektoren dar!

• Représenter $\vec{v}$ dans la base des vecteurs propres!

(d) $A \cdot \vec{v} = ?$

(e) i. $A^{-1} = ?$

ii. Eigenwerte von $A^{-1} = ?$ • Valeurs propres de $A^{-1} = ?$

iii. Eigenvektoren von $A^{-1} = ?$ • Vecteurs propres de $A^{-1} = ?$

(2) A wie oben. • A comme en haut.

$$A^T \cdot (A \cdot X) = A^2 - A + A^T \rightsquigarrow X = ? \quad A^2 := A \cdot A$$

(3) Sei • Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow A^{-1} = ?$ (Ohne Rechner!) • (Sans calculatrice!)

2.29 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 II / 12

(1) Sei • Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(a) Eigenwerte von $A = ?$ • Valeurs propres de $A = ?$

(b) Eigenvektoren von $A = ?$ • Vecteurs propres de $A = ?$

(2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\} = \{1, 5, 8, 10\} \rightsquigarrow \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \vec{x}_4 = ?$

(3) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 6 & 4 & 4 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\} = ? \quad \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 = ?$

(4) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \{\lambda_1, \lambda_2\} = ? \quad \vec{x}_1, \vec{x}_2 = ?$

(5) $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \{\lambda_1, \lambda_2\} = ? \quad \vec{x}_1, \vec{x}_2 = ?$

2.30 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 II / 13

(1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 12 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\} = ? \quad \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 = ?$

(2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \rightsquigarrow \{\lambda_1, \lambda_2\} = ? \quad \vec{x}_1, \vec{x}_2 = ?$

(3) $\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \lambda_1 = 1, \lambda_2 = -2, P_1(4/-1), P_2(6/2), P_3(1/4)$

(a) $A = ?$

(b) $A \cdot \overrightarrow{OP_k} = \overrightarrow{OP_k}' \rightsquigarrow P_k' = ? \quad (k = 1, 2, 3)$

(4) $A: \vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} \mapsto 2 \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix} + 6 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = A \cdot \vec{v} \rightsquigarrow A = ?$
 $A^{-1}: \vec{v} \mapsto A^{-1} \cdot \vec{v} = ?$

(5) $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

(a) Eigenwerte von $B = ?$ • *Valeurs propres de $B = ?$*

(b) Eigenwerte von $B^{10} = ?$ • *Valeurs propres de $B^{10} = ?$*

(c) Eigenvektoren von $B = ?$ • *Vecteurs propres de $B = ?$*

(d) Eigenvektoren von $B^{10} = ?$ • *Vecteurs propres de $B^{10} = ?$*

(e) Eigenwerte von $B^{-1} = ?$ • *Valeurs propres de $B^{-1} = ?$*

(f) Eigenvektoren von $B^{-1} = ?$ • *Vecteurs propres de $B^{-1} = ?$*

(g) Eigenwerte von $B^T = ?$ • *Valeurs propres de $B^T = ?$*

(h) Eigenvektoren von $B^T = ?$ • *Vecteurs propres de $B^T = ?$*

(6) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(a) $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\} = ?$

(b) $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 = ?$

(c) $X \cdot (C - C^{-1}) = C - C^{-1} \rightsquigarrow X = ?$

(d) $X \cdot (C + C^{-1}) = C + C^{-1} \rightsquigarrow X = ?$

2.31 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 II / 14

- (1) Arbeite weiter an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!
- *Continuer le travail à l'introduction dans Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

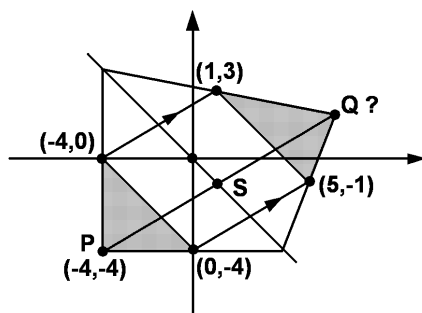
2.32 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ F1 II / 15

(1) Geg.: • **Donné:** :

$$66x^2 - 24xy + 59y^2 - 444x + 308y + 973 = 0$$

- (a) Kegelschnitt ? • *Section de cône ?*
 (b) Lage des Kegelschnitts ? • *Comment est-elle est située ?*
 (c) Grösse ? • *Ampleur ?*
 (d) Hauptachsentransformation ? • *Transformation d'après les axes principaux ?*

(2)



$$\overrightarrow{OP} \mapsto M \cdot \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OQ}$$

Matrix $M = ?$ • *Matrice $M = ?$*

$$\overrightarrow{SQ} = \lambda \cdot \overrightarrow{SP} \leadsto \lambda = ?$$

2.33 Lösungen ◇ Lines pour solutions

Die Lösungen werden bei Gelegenheit integriert, wenn der Autor dafür Zeit haben wird. • *Les solutions seront ajoutées prochainement à l'occasion, si l'auteur aura le temps.*

Lösungen siehe unter den Links: • *Solutions voir les liens:*

<http://rowicus.ch/Wir/TheProblems/Problems.html>

(Schema) • *(Schéma)*

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/ProblemsSolutions.html>

(Mathematica-Quellencode) • *(Code de source en Mathematica)*

Kapitel • Chapitre 3

Algebra Informatik — Algèbre informatique

Siehe Algebra Elektrotechnik oder Mikrotechnik

- *Voir algèbre électrotechnique ou microtechnique*

3.1 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ I1 I / 1 a

- (1) (a) Ursprung der Mathematik?
 • *Origine des mathématiques?*
- (b) Wie $\mathbb{Q}$ nummerieren?
 • *Comment numéroter $\mathbb{Q}$?*
- (2) (a) In einem Dreieck ist die Winkelsumme immer 180° .
 • *Dans un triangle la somme des angles est toujours 180° .*
- (b) Satz von Pythagoras.
 • *Théorème de Pythagore.*
- (c) Satz von Thales.
 • *Théorème de Thales.*

Wieso muss man die mathematischen Sätze beweisen?

- *Pourquoi est-ce qu'il faut prouver les théorèmes mathématiques?*

- (3) Bearbeite den Stoff der Lektionen (Verbesserungen ...).
 • *Elaborer la matière des leçons (corrections ...).*

Organisation, Planung:

- *Organisation, projets:*

- (a) Planung organisieren! (Strategie, Prinzipien, Tandem)

- (a) • *Organiser la planification! (Strategie, principes, tandem)*

- (b) Einarbeitung in die Lerntechnik

- (b) • *Se mettre au courant concernant la "technique d'apprendre".*

- (c) A4-Seite mit den wichtigsten 7 Punkten abgeben.

- (c) • *Livrer une page A4 avec les 7 points les plus importants.*

- (4) Rechner-Probleme lösen, falls nötig beschaffen:

- *Résoudre les problèmes avec les ordinateurs, procurer si nécessaire:*

- (a) Account (Schule) • *Account (école)*

- (b) Mathematica-Zugang • *Possibilité d'utiliser Mathematica*

- (c) Mathematica-Kurs (DOWNLOAD, WIR) • *Cours de Mathematica (DOWNLOAD, WIR)*

- (d) Eigener Rechner, Mathematica, Zip, Internet • *Ordinateur privé, Mathematica, Zip, Internet*

- (e) Taschenrechner. • *Calculatrice de poche.*

- (5) Reglemente, Literatur: • *Règlements:*

- (a) Schulreglemente studieren, Weisungen, Führer • *Etudier les règlements de l'école, directives, guides*

- (b) Literatur (Lehrbuch, Formeln) beschaffen • *Procurer la littérature (livres de théorie, formules).*

(6) Porte-Feuille: • *Porte-feuille:*

- | | |
|--|---|
| (a) Eigene Formelsammlung, Zusammenfassungen | (a) • <i>Collection de formules, abrégé</i> |
| (b) Planungen, Lerntechnik: Strategien, Prinzipien, Schemata, wichtige Dinge | (b) • <i>Planification, technique de travail: Stratégies, principes, schémas, choses importants</i> |
| (c) Übungen | (c) • <i>Exercices</i> |
| (d) Prüfungen, Verbesserungen | (d) • <i>Tests, corrigés</i> |
| (e) Mathematica-Arbeiten | (e) • <i>Travaux de Mathematica</i> |
| (f) Journal | (f) • <i>Journal</i> |

Benotet werden: • *On donne des notes pour:*

- | | |
|--|---|
| (a) Tests | (a) • <i>Tests</i> |
| (b) Porte-Feuille, Arbeiten, Mitarbeit | (b) • <i>Porte-feuille, travaux, travail pendant la leçon</i> |

Abgabe der Uebungen: Woche später. • *Rendre les exercices: une semaine plus tard.*

(7) Wie werden die folgenden Symbole verwendet?

- *Comment est-ce-qu'on utilise les symboles suivants?*

$\otimes \wedge$	$\otimes \Leftrightarrow$	$\otimes \{...\}$	$\otimes \setminus$
$\otimes \vee$	$\otimes \dot{\vee}$	$\otimes \cap$	$\otimes \dot{\cap}$
$\otimes \neg$	$\otimes \forall$	$\otimes \cup$	$\otimes \Delta$
$\otimes \Rightarrow$	$\otimes \exists$	$\otimes \bar{M}$	$\otimes \dots$

(8) (a)

$$x = 3 + \frac{3}{3 + \frac{3}{3 + \frac{3}{3 + \dots}}} := 3 + \left\lfloor \frac{3}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{3}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{3}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{3}{3} \right\rfloor + \dots = ??, \quad x \in \mathbb{Q}??$$

(b) $2 + 6 + 10 + 14 + 18 + 22 + \dots + 2222 = ?$

(c) $x + y \geq 1, \quad x - y \geq 2, \quad \mathbb{L} = ?$ (Zeichnung • *Dessin*)

- (d) Zeigen: • *Montrer*: $x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow ||x| - |y|| \leq |x \pm y| \leq |x| + |y|$
- (e) Erklären: • *Expliquer*: $3 : 4 : 5 : 6 \stackrel{?}{=} 2 : 3 : 4 : x$
- (f) $\sin(x) = x + \cos(x)$, $x = ?$

3.2 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ II I / 1 b

Typ ◇ Type ◇ 2 ...

(1) Bearbeite den Stoff der Lektionen (Verbesserungen).

- *Elaborer la matière des leçons (corrections).*

(2) Wie werden die folgenden Symbole verwendet?

- *Comment est-ce qu'on utilise les symboles suivants?*

$\bigcirc \wedge$	$\bigcirc \Leftrightarrow$	$\bigcirc \{\dots\}$	$\bigcirc \setminus$
$\bigcirc \vee$	$\bigcirc \dot{\vee}$	$\bigcirc \cap$	$\bigcirc \dot{\cap}$
$\bigcirc \neg$	$\bigcirc \forall$	$\bigcirc \cup$	$\bigcirc \Delta$
$\bigcirc \Rightarrow$	$\bigcirc \exists$	$\bigcirc \bar{M}$	$\bigcirc \dots$

(3) (a) In einem Dreieck ist die Winkelsumme immer 180° .

- *Dans un triangle la somme des angles est toujours 180° .*

(b) Satz von Pythagoras.

- *Théorème de Pythagore.*

(c) Satz von Thales.

- *Théorème de Thales.*

Wieso muss man die mathematischen Sätze beweisen?

- *Pourquoi est-ce qu'il faut prouver les théorèmes mathématiques?*

(4) Probleme lösen: • *Résoudre les problèmes:*

(a) Account. • *Account.*

(b) Mathematica • *Mathematica*

(5) Falls nötig beschaffen: • *Procurer, si nécessaire:*

(a) Rechner. • *Calculatrice.*

(b) Mathematica • *Mathematica*

(c) Literatur (Lehrbuch, Formeln). • *Littérature (Livres de théorie, formules).*

(6) Organisation, Planung:

- *Organisation, projets:*

(a) Einarbeitung in die Lerntechnik

(a) • *Se mettre au courant concernant "technique d'apprendre".*

(b) A4-Seite mit den wichtigsten 7 Punkten abgeben.

(b) • *Délivrer une page A4 avec les 7 points les plus importants.*

Kapitel • Chapitre 4

Math. 1 B–Arch. — Math. 1 B–arch.

(Mathematik 1 Architektur (B)) • (*Mathématiques 1 architecture (B)*)

4.1 Inhalt — Les matières

- (1) Übungen 1. Semester • *Exercices semestre 1*
- (2) Übungen 2. Semester • *Exercices semestre 2*
- (3) Lösungen siehe unter den Links: • *Solutions voir les liens:*

<http://rowicus.ch/Wir/TheProblems/Problems.html>

(Schema) • (*Schéma*)

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/ProblemsSolutions.html>

(*Mathematica*–Quellencode) • (*Code de source en Mathematica*)

- (4) Vordiplome siehe unter Link: • *Diplômes préalables voir le lien:*

<http://rowicus.ch/Wir/VDs/VDs.html>

4.2 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 I / 1

- (1) (a) Ursprung der Mathematik?
 • *Origine des mathématiques?*
 (b) Wie $\mathbb{Q}$ nummerieren?
 • *Comment numéroter $\mathbb{Q}$?*

(2) Zeigen: • *Montrer:*

- (a) In einem Dreieck ist die Winkelsumme immer 180° .
 • *Dans un triangle la somme des angles est toujours 180° .*
 (b) Satz von Pythagoras.
 • *Théorème de Pythagore.*
 (c) Satz von Thales.
 • *Théorème de Thales.*

Wieso muss man die mathematischen Sätze beweisen?

- *Pourquoi est-ce qu'il faut prouver les théorèmes mathématiques?*

- (3) Bearbeite den Stoff der Lektionen (Verbesserungen ...).
 • *Elaborer la matière des leçons (corrections ...).*

Organisation, Planung:

• *Organisation, projets:*

- | | |
|---|--|
| (a) Planung organisieren! (Strategie, Prinzipien, Tandem) | (a) • <i>Organiser la planification! (Strategie, principes, tandem)</i> |
| (b) Einarbeitung in die Lerntechnik | (b) • <i>Se mettre au courant concernant la "technique d'apprendre".</i> |
| (c) A4-Seite mit den wichtigsten 7 Punkten abgeben. | (c) • <i>Livrer une page A4 avec les 7 points les plus importants.</i> |

- (4) Rechner-Probleme lösen, falls nötig beschaffen:

• *Résoudre les problèmes avec les ordinateurs, procurer si nécessaire:*

- (a) Account (Schule) • *Account (école)*
 (b) Mathematica-Zugang • *Possibilité d'utiliser Mathematica*
 (c) Mathematica-Kurs (DOWNLOAD, WIR) • *Cours de Mathematica (DOWNLOAD, WIR)*
 (d) Eigener Rechner, Mathematica, Zip, Internet • *Ordinateur privé, Mathematica, Zip, Internet*
 (e) Taschenrechner. • *Calculatrice de poche.*

(5) Reglemente, Literatur: • *Règlements:*

- (a) Schulreglemente studieren, Weisungen, Führer • *Etudier les règlements de l'école, directives, guides*
- (b) Literatur (Lehrbuch, Formeln) beschaffen • *Procurer la littérature (livres de théorie, formules).*

(6) Porte-Feuille: • *Porte-feuille:*

- | | |
|--|---|
| (a) Eigene Formelsammlung, Zusammenfassungen | (a) • <i>Collection de formules, abrégé</i> |
| (b) Planungen, Lerntechnik: Strategien, Prinzipien, Schemata, wichtige Dinge | (b) • <i>Planification, technique de travail: Stratégies, principes, schémas, choses importants</i> |
| (c) Übungen | (c) • <i>Exercices</i> |
| (d) Prüfungen, Verbesserungen | (d) • <i>Tests, corrigés</i> |
| (e) Mathematica-Arbeiten | (e) • <i>Travaux de Mathematica</i> |
| (f) Journal | (f) • <i>Journal</i> |

Benotet werden: • *On donne des notes pour:*

- | | |
|--|---|
| (a) Tests | (a) • <i>Tests</i> |
| (b) Porte-Feuille, Arbeiten, Mitarbeit | (b) • <i>Porte-feuille, travaux, travail pendant la leçon</i> |

Abgabe der Uebungen: Woche später. • *Rendre les exercices: une semaine plus tard.*

(7) Wie werden die folgenden Symbole verwendet?

• *Comment est-ce-qu'on utilise les symboles suivants?*

$\otimes \wedge$	$\otimes \Leftrightarrow$	$\otimes \{...\}$	$\otimes \setminus$
$\otimes \vee$	$\otimes \dot{\vee}$	$\otimes \cap$	$\otimes \dot{\vee}$
$\otimes \neg$	$\otimes \forall$	$\otimes \cup$	$\otimes \Delta$
$\otimes \Rightarrow$	$\otimes \exists$	$\otimes \bar{M}$	$\otimes \dots$

4.3 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 I / 2

- (1) Skizze: Magisches Quadrat von Dürrer:
 Zeilensumme = Spaltensumme = Diagonalensumme. Konstruiere weitere solche Quadrate!

- *Esquisse: Carré magique de Dürrer: Somme de ligne = somme de colonne = somme de diagonale. Construire d'autres carrés de ce genre!*

16	3	3	13	↗ 34
5	10	11	8	→ 34
9	6	7	12	→ 34
4	15	14	1	↘ 34
↙ 34	34	34	34	↘ 34

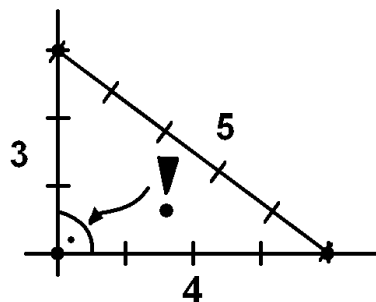
- (2) Pythagoräisches Dreieck:

- *Triangle de Pythagore:*

$$a^2 + b^2 = c^2, \quad a, b, c \in \mathbb{N}$$

Konstruiere andere Dreiecke dieser Art!

- *Construire d'autres triangles de ce genre!*



- (3)

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n + 1) = ?, \quad n \in \mathbb{N}$$

↷ Zeichnung! • *Esquisse!*

- (4)

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = ?, \quad n \in \mathbb{N}$$

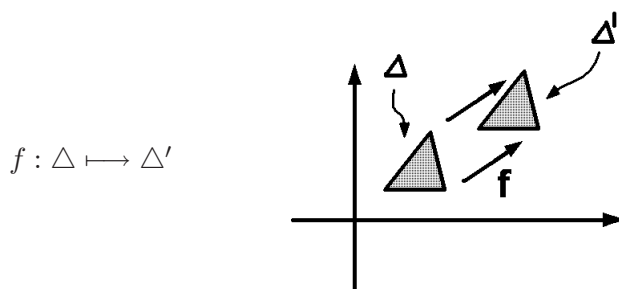
4.4 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 I / 3

(1) Zeigen: • *Prouver*:

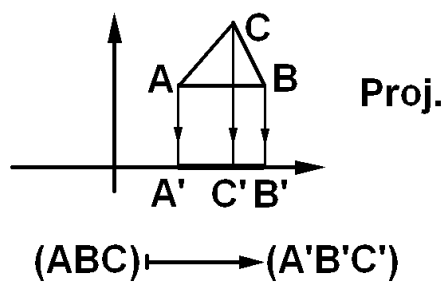
- (a) $A \cap B = B \cap A$
- (b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- (c) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

(2) (a) $M_1 = \mathbb{Q}$, $M_2 = \mathbb{R}^+$, $M_1 \cap M_2 = ?$ (b) $I_1 = [-3, 8)$, $I_2 = (2, 9)$, $I_1 \cap I_2 = ?$, $I_1 \cup I_2 = ?$ (3) $M = \{x, y, z, w\}$, $\mathcal{P} = ?$ ($\leadsto$ Diagr.)(4) Injektiv ?/ surjektiv ?/ bijektiv? • *Injektiv ?/ surjektiv ?/ bijektiv ?*

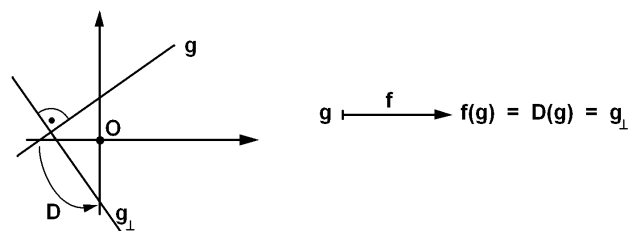
- (a) $f(x) = \sin(x)$
- (b) $f(x) = x^2$
- (c) $f(x) = x^3$
- (d)



(e)



(f)



4.5 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 I / 4

(1) Wochenarbeit:

↪ Studieren im Script die folgenden Themen und mache eine kurze Zusammenfassung:

• **Travail de semaine:**

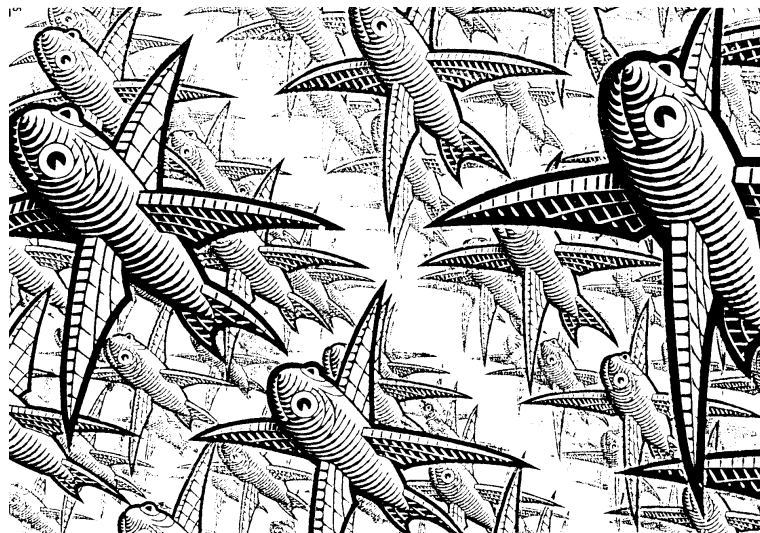
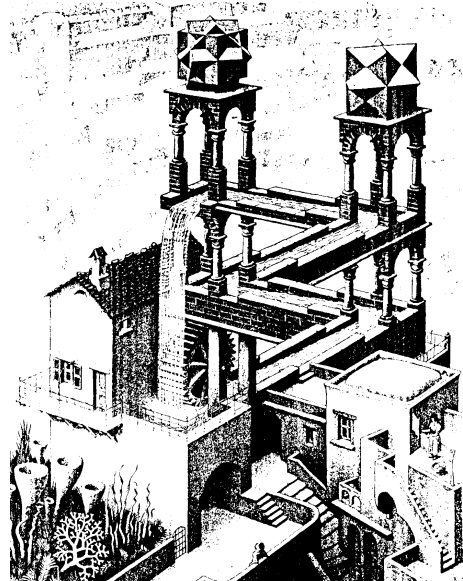
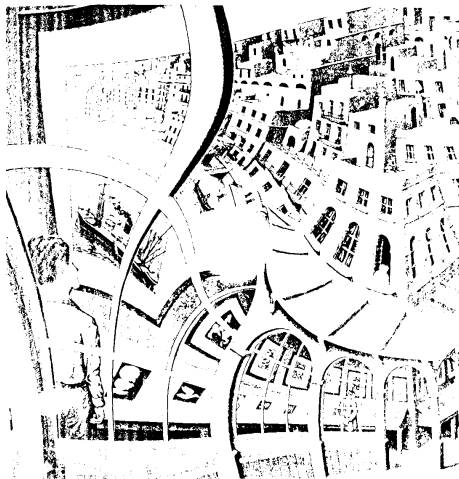
↪ *Etudier les sujets suivants dans le script et faire un résumé bref:*

- (a) Logik • *Logique*
- (b) Mengen • *Ensembles*
- (c) Relationen • *Relations*
- (d) Funktionen • *Fonctions*

4.6 Übungen in AlgGeo ♦ Exercices en AlgGéo ♦ B1 I / 5

(1) Suche Vektoren in den folgenden Zeichnungen (Zeichnungsübungen nach Drucken M.C. Escher):

- *Chercher des vecteurs dans les dessins suivants (exercices de dessin d'après des impressions de M.C. Escher):*



Bildnachweis: Handzeichnungs- und Proportionierungsübungen in starker Vergrößerung nach vorgelegenen Graphikausschnitten von M.C. Escher im Rahmen eines Zeichnungskurses (KGS BS 1977). Abweichungen von den Proportionen der Originalen liegen in der Natur der Handzeichnung.

WIR

4.7 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 I / 6

- (1) Arbeite an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!
- *Travailler à l'introduction dans Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

4.8 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 I / 7

(1) **Geg.:** • **Donné:** Vektor $\vec{a}$ • *vecteur $\vec{a}$*

Ges.: • **Trouver:** Konstruktion: • *Construction:*

$$\vec{b} = \frac{7}{3}\vec{a}, \quad \vec{c}_2 = \sqrt{2} \cdot \vec{a}, \quad \vec{c}_3 = \sqrt{3} \cdot \vec{a}, \quad \vec{c}_5 = \sqrt{5} \cdot \vec{a},$$

(2) **Geg.:** • **Donné:** Vektoren in allgemeiner Lage $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ • *vecteurs dans une situation générale $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$*

Ges.: • **Trouver:** Stelle $\vec{c}$ dar als LK von $\vec{a}$ und $\vec{b}$. • *Représenter $\vec{c}$ comme combinaison linéaire de $\vec{a}$ et $\vec{b}$.*

(3) **Geg.:** • **Donné:** Basen B, B' • *Bases B, B'*

$B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}, \quad B' = \{\vec{e}_1, \vec{b}_2\}, \quad \vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \bullet \quad \text{et } \vec{a}_1, \vec{a}_2 \text{ in allgemeiner Lage} \bullet \text{ dans une situation géométrique commune}$

Zeichne in B und in B' die Vektoren: • *Dessiner dans B et dans B' les vecteurs:*

$$\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_1 + \vec{a}_2, \vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 \dots$$

(4) Berechne die Koordinaten von $\vec{e}_2$ in B' . • *Calculer les coordonnées de $\vec{e}_2$ dans B' .*

4.9 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 I / 8

- (1) **Geg.:** • **Donné:** Vektoren • *Vecteurs*

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{d} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix}, \vec{d} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b} + \nu \vec{c}$$

Ges.: • **Trouver:** λ, μ, ν (l.a.'l.d.?)

- (2) **Geg.:** • **Donné:** Vektoren wie in Probl. 1: • *Vecteurs comme dans le probl. 1:*

($\rightsquigarrow \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$)

Ges.: • **Trouver:** $|2 - 3\vec{b} + 4\vec{c}| = ?$

- (3) **Geg.:** • **Donné:** Vektoren wie in Probl. 1: • *Vecteurs comme dans le probl. 1:*

($\rightsquigarrow \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$)

Konstruiere eine Orthonormalbasis: • *Construire une base orthonormale:*

$$\vec{e}_1' = \lambda_1 \vec{a} \rightsquigarrow \lambda_1 = ?$$

$$\vec{e}_2' = \lambda_2 \vec{a} + \mu_2 \vec{b}, \vec{e}_2' \perp \vec{e}_1' \rightsquigarrow \lambda_2 \mu_2 = ?$$

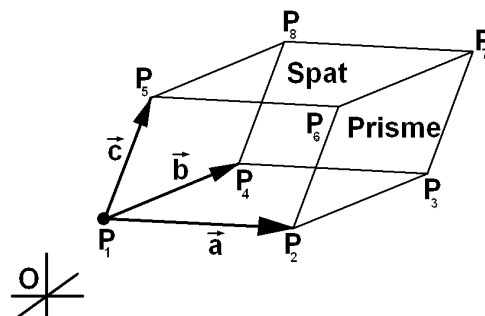
$$\vec{e}_3' = \lambda_3 \vec{a} + \mu_3 \vec{b} + \nu_3 \vec{c}, \dots$$

4.10 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 I / 9

(1)

$$\overrightarrow{0P_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -12 \end{pmatrix}$$

(a) $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\} \rightsquigarrow$ l.u./l.i.?(b) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ spiegeln an P_1 • *réfléter à P_1* $\rightsquigarrow \vec{a}', \vec{b}', \vec{c}' = ?$ (c) $|\vec{a}| = ?$, $|\vec{b}| = ?$, $|\vec{c}| = ?$ (d) $|\overrightarrow{P_1P_7}| = ?$, $|\overrightarrow{P_5P_3}| = ?$, $|\overrightarrow{P_2P_8}| = ?$, $|\overrightarrow{P_4P_6}| = ?$ (2) Aktuelle Basis: • *Base actuelle*: $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow B$ Neue Basis: • *Base nouvelle*: $\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} \rightsquigarrow B'$ In B : • *Dans B* : $\vec{v} = \vec{v}_B = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}_B \rightsquigarrow \vec{a}_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}_B$, $\vec{b}_B = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}_B$ In B' : • *Dans B'* : $\vec{v} = \vec{v}_{B'} = \mu_1 \vec{b}_1 + \mu_2 \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}_{B'} \rightsquigarrow \vec{a}_{B'} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}_{B'}$, $\vec{b}_{B'} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}_{B'}$

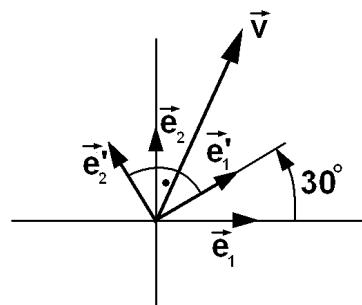
$$\rightsquigarrow \vec{a}_{B'} + \vec{b}_{B'} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}_{B'}, \quad |\vec{a}_{B'} + \vec{b}_{B'}| = ?$$

(3)

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}_B = \lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2$$

$$\vec{v}_{B'} = \mu_1 \vec{e}_1' + \mu_2 \vec{e}_2'$$

$$\rightsquigarrow \mu_1 \mu_2 = ?$$



WIR

4.11 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 I / 10

- (1) Arbeite an der Einführung in *Mathematica*!
 - *Travailler à l'introduction en Mathematica!*
- (2) Je nach Fall: Mache zudem die Verbesserung zum letzten Test oder repetiere den Stoff für den nächsten Test.
 - *Selon le cas: En plus faire un corrigé du dernier test ou répéter la matière pour le prochain test.*

4.12 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 I / 11

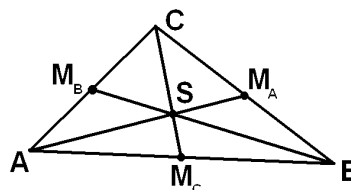
(1) $\vec{a} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$
 $\vec{b} = 7\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - \vec{e}_3$
 $\vec{c} = -4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 - 6\vec{e}_3$

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}_{B'} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}_{B'}$$

$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 = ? (B')$

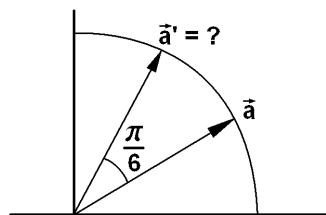
(2) $S = ?$

Formel berechnen! • *Trouver une formule!*



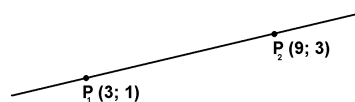
(3) $\sin(\alpha) + \cos(\alpha) \leq ? \quad \alpha \in \mathbb{R}$

(4) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$
 $D_\varphi \rightsquigarrow \vec{a}' = ?$



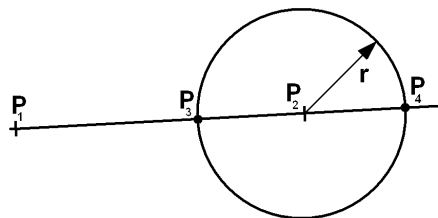
(5) $\tan(\alpha) + \tan(\beta) + \tan(\gamma) = \tan(\alpha) \cdot \tan(\beta) \cdot \tan(\gamma) \Rightarrow \alpha, \beta, \gamma = ?$

(6) $(P_1 P_2 P_3 P_4 = -1) \rightsquigarrow P_3, P_4 = ?$



4.13 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 I / 12

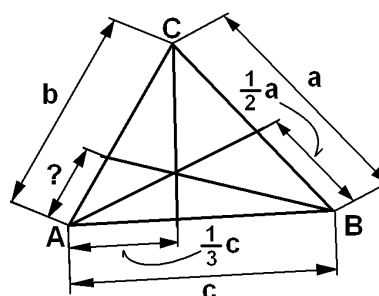
- (1)
- $P_1 = P_1(2, 3)$
- ,
- $P_2 = P_2(10, 5)$



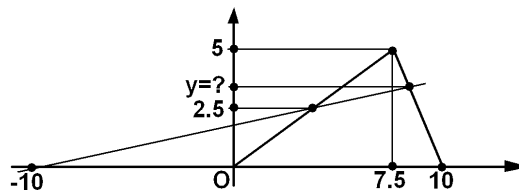
- (2)

(a) $f(r) = (P_1 P_2 P_3 P_4)(r) = ?$

(b) $(P_1 P_2 P_3 P_4)(r) = -1 \Rightarrow r = ?$
Beispiel? • *Exemple?*



- (3)
- $y = ?$

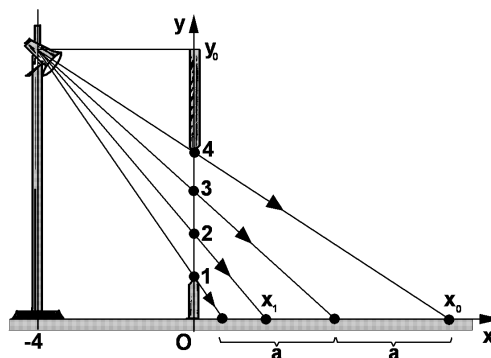


- (4)
- $x_0 = ?$

$y_0 = ?$

$x_1 = ?$

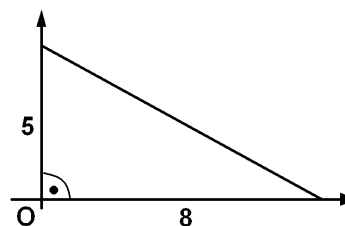
$a = ?$



- (5) Zeichne
- H
- ,
- U
- ,
- S
- und berechne die Koordinaten.

• *Dessiner H , U , S et calculer les coordonnées.*

WIR



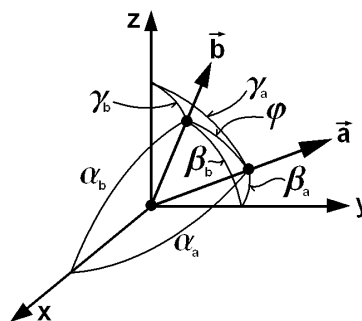
4.14 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 I / 13

(1) $\varphi = \angle(\vec{a}, \vec{b})$

$\alpha_a = 73^\circ, \alpha_b = 69^\circ$

$\beta_a = 31^\circ, \beta_b = 64^\circ$

$\gamma_a = ? \quad \gamma_b = ? \quad \varphi = ?$



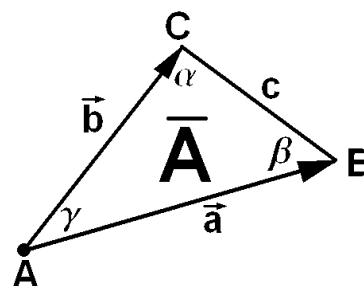
(2) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, A = A(2, 1, 3)$

$B = ? \quad C = ?$

$a = |\vec{a}| = ? \quad b = |\vec{b}| = ? \quad c = ?$

$\alpha = ? \quad \beta = ? \quad \gamma = ?$

$\bar{A} = ?$



(3) $g : \vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \vec{a} \quad (|\vec{a}| = 1) \rightsquigarrow \vec{a} = ?$

$g : Ax + By + C = 0,$

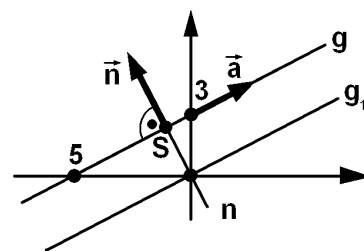
$C = 1 \rightsquigarrow A = ? \quad B = ?$

$\vec{n} = 1 \rightsquigarrow \vec{n} = ?$

$g_1 : A_1 x + B_1 y + C_1 = 0$

$\rightsquigarrow A_1 = ? \quad B_1 = ? \quad C_1 = ?$

$S = n \cap g = ?$

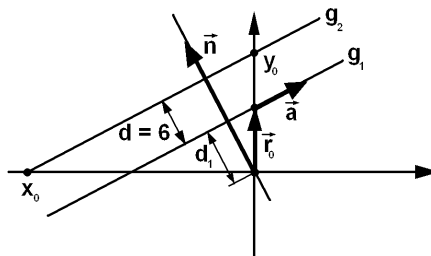


4.15 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 I / 14

(1) $\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$d_1 = ? \quad \vec{n} = ? \quad \vec{e}_n = ?$

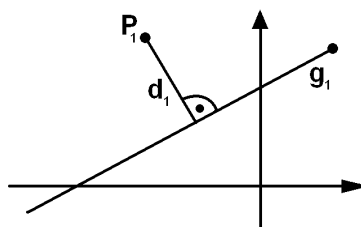
$x_0 = ?, y_0 = ?$



(2) $\vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$P_1 = P_1(-5, 6)$

$d_1 = ?$

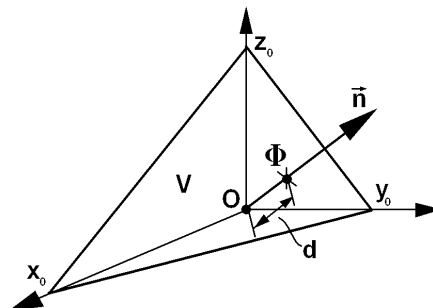


(3) $\Phi : \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

$\vec{n} = ? \quad (|\vec{n}| = 1)$

$d = ? \quad x_0, y_0, z_0 = ?$

$V = ?$



4.16 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 I / 14z

(Ohne Lösungen) • (Sans solutions)

- (1) $\vec{a}_1 = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$ $\{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\} \rightsquigarrow$ Basis? • Base?
 $\vec{a}_2 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3$ Basiswechsel: • Changement de base:
 $\vec{a}_3 = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$ $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 = ?$
- (2) $A = A(0/0)$, $B = B(7/0)$, $C = C(4/5)$, Die Gerade $\overline{CS}$ schneidet die x -Achse in x_0 .
 $\overrightarrow{OA'} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{OB'} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AC}$ • La droite $\overline{CS}$ coupe l'axe x à x_0 .
 $S = \overline{AA'} \cap \overline{BB'}$ $\rightsquigarrow x_0 = ?$
- (3) $\triangle(ABC)$, $A = A(0/0)$, $B = B(7/0)$, $a = ?$
 $C = C(4/5)$ $\beta = ?$
 $b = 4$, $c = 7$, $\alpha = 23.5^\circ$
- (4) $\triangle(ABC)$, $A = A(0/0)$, $B = B(7/0)$, $a = ?$
 $C = C(4/5)$ $\alpha = ?$
 $b = 4$, $c = 7$, $\beta = 23.5^\circ$
- (5) Auf der x -Achse (Gerade g) befinden sich die Punkte P_1 , P_2 , P_3 , P_4 an den Stellen $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, $x_3 = 6$, $x_4 = 10$.
 Von $Z = Z(-5, 10)$ aus werden die Punkte P_i auf die y -Achse projiziert. $\rightsquigarrow$ Punkte Q_i . Berechne das Doppelverhältnis der Punkte auf der x -Achse und der Punkte auf der y -Achse. Was stellt man fest?
 • Sur l'axe x (droite g) les points P_1 , P_2 , P_3 , P_4 sont situés aux places $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, $x_3 = 6$, $x_4 = 10$.
 On projete les points P_i de $Z = Z(-5, 10)$ sur l'axe y . $\rightsquigarrow$ Points Q_i . Calculer le rapport anharmonique (birapport, rapport de double section) des point sur l'axe x et aussi des points sur l'axe y . Qu'est-ce qu'on constate?
- (6) Auf der x -Achse (Gerade g) befinden sich die Punkte P_1 , P_2 , P_3 , P_4 an den Stellen $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, $x_3 = 6$, $x_4 = 10$.
 Gibt es einen Punkt Z , von dem aus man die Punkte P_i auf die y -Achse in Punkte Q_i derart projizieren kann, dass die Q_i gleiche Abstände haben? • Aur l'axe x (droite g) les points P_1 , P_2 , P_3 , P_4 sont situés aux places $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, $x_3 = 6$, $x_4 = 10$.
 Est-ce qu'il existe un point Z duquel on peut projeter les points P_i sur l'axe y à des points Q_i de façon que les Q_i aient des distances égales?
- (7) Auf der x -Achse (Gerade g) befinden sich die Punkte P_1 , P_2 , P_3 in den Punkten $x_1 = 1$, $x_2 = 5$, $x_3 = 6$.
 Gibt es einen Punkt H in der Ebene mit der x -Koordinate 7, von dem aus man $\overline{P_1P_2}$ und $\overline{P_2P_3}$ unter dem gleichen Winkel sieht? Berechne allenfalls den Punkt (die Punkte).

- *Aur l'axe x (droite g) les points P_1 , P_2 , P_3 sont situés aux places $x_1 = 1$, $x_2 = 5$, $x_3 = 6$.*

Est-ce qu'il existe un point H dans le plan avec la coordonnée $x = 7$, depuis lequel on voit $\overline{P_1P_2}$ et $\overline{P_2P_3}$ sous le même angle? Calculer le point (les points) si possible.

4.17 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 I / 15

(1)

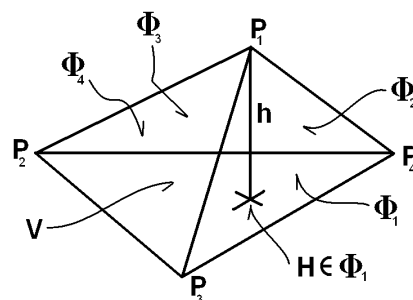
$$\Phi_1 : x + y + z + 1 = 0$$

$$\Phi_2 : x + y + 2z - 2 = 0$$

$$\Phi_3 : x + 2y + 4z + 10 = 0$$

$$\Phi_4 : -x + y - 3z + 7 = 0$$

$$h = ? \quad H = ? \quad V = ?$$

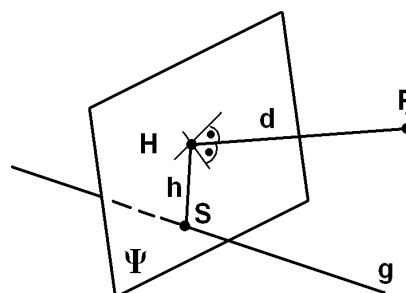


$$(2) \Psi : \vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$d = |\overline{HP_0}| = ? \quad H = ?$$

$$g : \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad S = g \cap \Psi$$

$$S = ? \quad h = ? \quad h = |\overline{HS}|$$



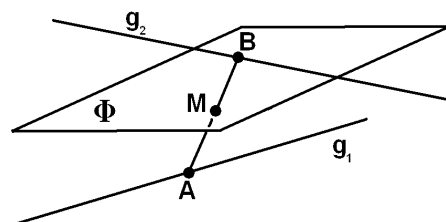
$$(3) g_1 : \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$g_2 : \vec{r} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\Phi : Ax + By + Cz + D = 0, \quad \Phi \parallel g_1 \wedge \Phi \parallel g_2,$$

$$|\overline{AM}| = |\overline{MB}|, \quad \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \vec{e}_n, \quad |\vec{e}_n| = 1$$

$$A, B, C, D = ?$$



4.18 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 I / 16

Repetition: • *Répétition:*

$$(1) \quad \Phi: \vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad Ax + By + Cz = 1 \rightsquigarrow A, B, C = ?$$

$$(2) \quad 2x - 4y + 3z - 8 = 0$$

$$(a) \quad y_1 = 0, \quad z_1 = 0 \rightsquigarrow x_1 = ? \rightsquigarrow P_1$$

$$(b) \quad x_2 = 0, \quad z_2 = 0 \rightsquigarrow y_2 = ? \rightsquigarrow P_2$$

$$(c) \quad x_3 = 0, \quad y_3 = 0 \rightsquigarrow z_3 = ? \rightsquigarrow P_3$$

$$\Phi: \vec{r} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} + \lambda \overrightarrow{P_1 P_2} + \mu \overrightarrow{P_1 P_3} = ?$$

$$(3) \quad \Phi_1: 2x - 4y + 3z - 8 = 0 \quad \Phi_2: 2x + 5y - 4z + 4 = 0 \rightsquigarrow \Phi_1 \cap \Phi_2 \cap (x, y)_{z=0} = ?$$

4.19 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 1

(1) Arbeite am *Mathematica*-Kurs!

- *Travailler au cours de Mathematica!*

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

4.20 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 1z

(1) Senkrechter Vektor:

Geg.: • **Donné:** $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Ges.: • **Trouver:** $\vec{a}_\perp$.

(2) Vektor mit fixem Winkel zu gegebenem Vektor:

Geg.: • **Donné:** $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$, $|\vec{b}| = 5$.

Ges.: • **Trouver:** $\vec{b}$.

(3) Vektor mit bekannter Projektionslänge auf gegebenen Vektor:

Geg.: • **Donné:** $\vec{a} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 36^\circ$.

Die Länge der Projektion von $\vec{b}$ auf $\vec{a}$ beträgt 3.

Ges.: • **Trouver:** $\vec{b}$.

(4) Parallelogramminhalt:

Geg.: • **Donné:** $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 12 \end{pmatrix}$

Ges.: • **Trouver:** $A = \text{Inhalt des Parallelogramms, das von } \vec{a} \text{ und } \vec{b} \text{ aufgespannt wird.}$

(5) Vektor mit Bedingung an ein Skalarprodukt:

Geg.: • **Donné:** $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ y \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix}$.

Ges.: • **Trouver:** y so, dass gilt $\langle a, b \rangle = \langle b, c \rangle$.

(6) Länge einer Projektion:

Geg.: • **Donné:** $\vec{a} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$.

Ges.: • **Trouver:** Länge der Projektion von $\vec{b}$ auf $\vec{c}$.

(7) Schnittpunkt einer Geraden mit der Senkrechten durch einen gegebenen Punkt:

Geg.: • **Donné:** $\overrightarrow{OP} = \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{OQ} = \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Durch O und P geht die Gerade g . Von Q aus wird eine Senkrechte s auf g gefällt.

Ges.: • **Trouver:** Berechne $H = s \cap g$.

(8) Schnittpunkt einer Geraden mit einer Geraden durch einen gegebenen Punkt unter einem gegebenen Winkel:

Geg.: • **Donné:** $\overrightarrow{OP} = \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{OQ} = \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Durch O und P geht die Gerade g . Von Q aus wird eine Gerade h im Winkel von 30° auf g gefällt. H ist der von O weiter entfernte Punkt.

Ges.: • **Trouver:** Berechne $H = h \cap g$.

(9) Projizierte Punkte und Projektionslänge:

Geg.: • **Donné:** $\overrightarrow{OP} = \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{OQ} = \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{OT} = \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$. Durch O und P geht die Gerade g . T und Q werden auf g projiziert.

Ges.: • **Trouver:** Berechne die projizierten Punkte sowie die Länge der Projektion.

(10) Gedrehter Vektor:

Geg.: • **Donné:** $\overrightarrow{OP} = \vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$. Drehe $\vec{a}$ um 20° um O . $\leadsto P'$

Ges.: • **Trouver:**

- (a) Berechne P' .
- (b) Verschiebe P' um $\vec{a} \leadsto P''$, drehe diesen Punkt um $-20^\circ \leadsto P'''$, verschiebe diesen neuen Punkt um $-\vec{a} \leadsto P''''$.

(11) Winkelberechnungen an platonischen Körpern:

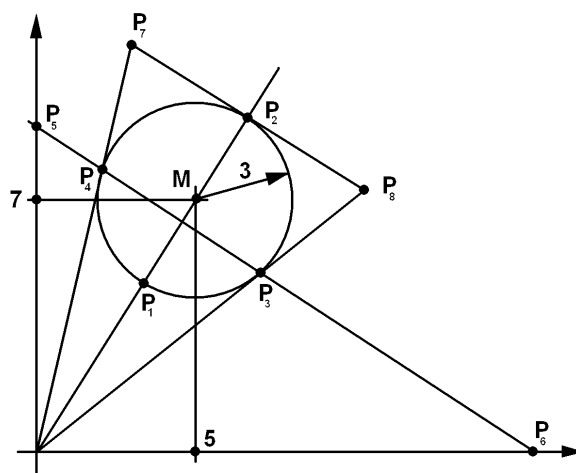
- (a) Berechne den Winkel zwischen den Höhen im Tetraeder.
- (b) Berechne den Winkel zwischen den Körperdiagonalen im Würfel.

- (c) Berechne den Winkel zwischen den Körperdiagonalen und den Flächendiagonalen im Oktaeder.

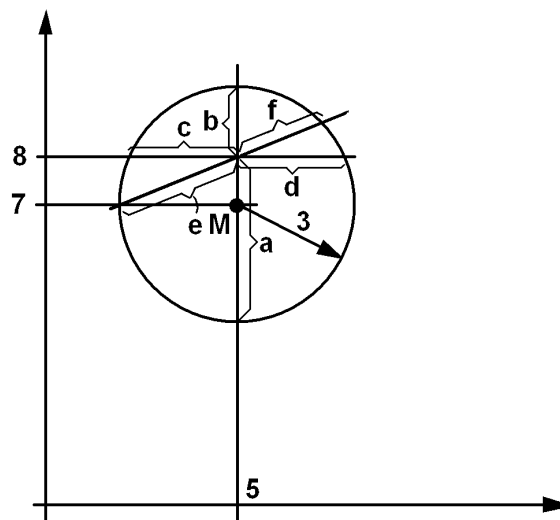
(12) Dodekaeder:

Ges.: • Trouver: Berechne die Koordinaten von Eckpunkten des Dodekaeders, sodass man diesen Körper konstruieren kann.

4.21 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 2



(1)

Berechne $P_1, P_2, \dots, P_8!$ • *Calculer $P_1, P_2, \dots, P_8!$* 

(2)

Berechne $a, b, c, d, e, f!$ • *Calculer $a, b, c, d, e, f!$*

4.22 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 2z

- (1) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} x \\ 2 \end{pmatrix} = 3\vec{a} + \lambda\vec{b}$

Skizziere die Situation und berechne x und λ

- (2) **Geg.:** • **Donné:** $P_1 = (2/5)$

Drehe P_1 um $P_2 = (-1/-4)$ um 30° und Berechne den entstehenden Punkt P_1' .

- (3) Gegeben sind die Punkte P_1, P_2, P_3, P_4 im Raum. Gesucht ist das Volumen des durch diese Punkte aufgespannten Spats sowie den Abstand des Punktes P_4 von der Ebene P_1, P_2, P_3 .

Fasse zuerst die bekannten Tatsachen zusammen betreffend

- (a) die Drehungen in der Ebene
- (b) das Flächenprodukt
- (c) das Vektorprodukt

Berechne damit die gesuchten Grössen, wenn gilt:

$$P_1 = (1/3/2), \quad P_2 = (4/1/3), \quad P_3 = (2/5/4), \quad P_4 = (8/9/7)$$

Berechne das Volumen der durch diese Punkte aufgespannten Tetraeders

- (4) **Geg.:** • **Donné:** Gerade $g = g(P_1, P_2)$, $P_1 = (2/2)$, $P_2 = (\frac{1}{2}/5)$, $P_3 = (4/8)$

- (a) Stelle für g Gleichungen verschiedener Arten auf.
- (b) Berechne den kürzesten Abstand von g zu O .
- (c) Stelle eine Gleichung auf für die Senkrechte s auf g durch P_3 .
- (d) Berechne $g \cap s$.

- (5) **Geg.:** • **Donné:** Gerade $g = g(P_1, P_2)$, $P_1 = (2/2/4)$, $P_2 = (\frac{1}{2}/5/2)$, $P_3 = (4/8/1)$

- (a) Stelle für g Gleichungen verschiedener Arten auf.
- (b) Berechne den kürzesten Abstand von g zu O .
- (c) Stelle eine Gleichung auf für die Senkrechte s auf g durch P_3 .
- (d) Berechne $g \cap s$.

- (6) **Geg.:** • **Donné:** Ebene $\Phi = g(P_1, P_2, P_3)$, $P_1 = (2/2/4)$, $P_2 = (\frac{1}{2}/5/2)$, $P_3 = (4/8/1)$,
 $P_4 = (-2, -4, 3)$

- (a) Stelle für Φ Gleichungen verschiedener Arten auf.
- (b) Berechne den kürzesten Abstand von Φ zu O .
- (c) Stelle eine Gleichung auf für die Senkrechte s auf Φ durch P_4 .
- (d) Berechne $g \cap s$.

4.23 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 3

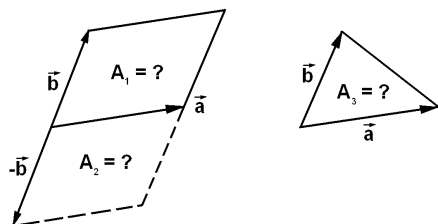
(1)
$$\begin{vmatrix} 3x + 4y & = & 7 \\ \alpha \cdot x + 9y & = & 6 \end{vmatrix}$$

(a) $\mathbb{L} = \{\} \Rightarrow \alpha = ?$

(b) $\alpha = 2 \Rightarrow x, y = ?$

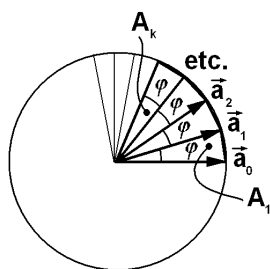
(c) $x = x(\alpha) = ?$

(2)



$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(3)

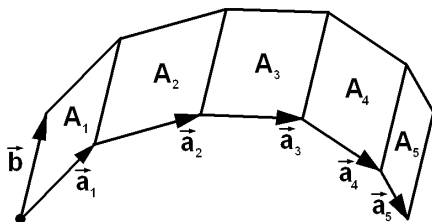


$$\vec{a}_0 = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi = \frac{\pi}{10}$$

$$\vec{a}_1 = ?$$

$$\sum_{k=1}^{20} A_k = A_1 + A_2 + \dots + A_{20} = ?$$

(4)



$$\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

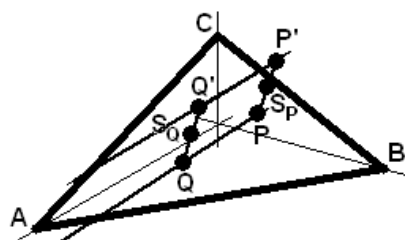
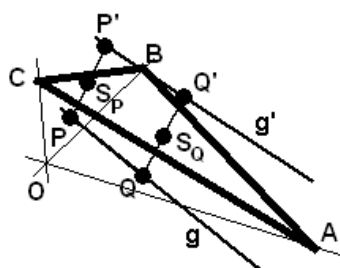
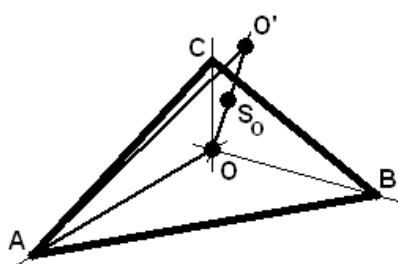
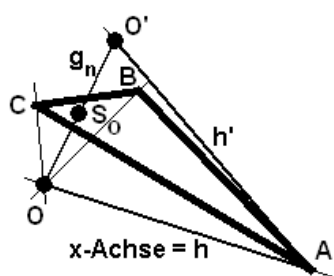
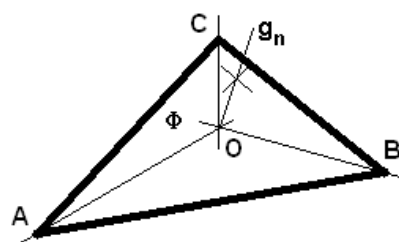
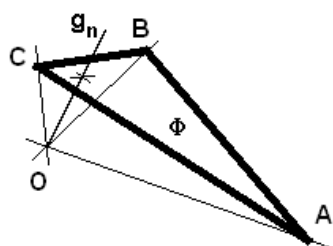
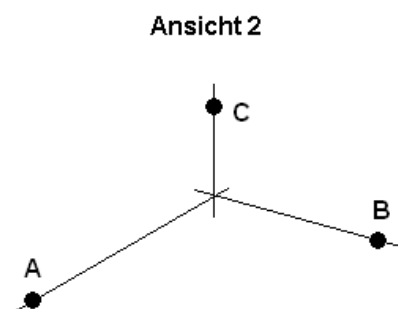
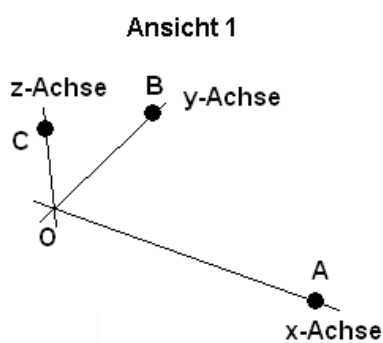
$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix},$$

$$\sum_{k=1}^5 A_k = A_1 + A_2 + \dots + A_5 = ?$$

4.24 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 3z

Spiegelung von Punkten und Geraden an einer Ebene



Angaben:

- (1) Gegeben: Ebene $\Phi : 2x + 4y + 6z = 12$
 $g_n =$ Normale auf Φ durch O , $S_O = \Phi \cap g_n$
 $A = A'$, $O = (0/0/0)$

Gesucht: $O' = ?$
 Parametergleichung von $h' = h'(A', O')$?

- (2) Gegeben: Ebene $\Phi : 2x + 4y + 6z = 24$
 $P = P(0/2/1)$, $Q = Q(4/1/0)$
 $g = g(P, Q)$

Gesucht: Parametergleichung von $g' = g'(P', Q')$?
 Wo durchdringt g' die (y, z) -Ebene?

- (3) Gegeben: Ebene $\Phi : x - 8y - 2z = 8$
 $g : \vec{v} = \vec{v}(t) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Gesucht: Wo durchdringt g' die (y, z) -Ebene?

- (4) Gegeben: Würfel $W = W(W_1, W_2, W_3, W_4, W_5, W_6, W_7, W_8)$,
 $W_1 = (0/0/0)$, $W_2 = (1/0/0)$, $W_3 = (1/1/0)$, $W_4 = (0/1/0)$,
 $W_5 = (0/0/1)$, $W_6 = (1/0/1)$, $W_7 = (1/1/1)$, $W_8 = (0/1/1)$.
 Im Würfel ist ein Tetraeder T eingeschrieben, $T = T(W_2, W_4, W_5, W_7)$.

P befindet sich exakt in der Mitte zwischen W_3 und W_7 . Q liegt auf der Tetraederfläche, die dem Punkt P am nächsten liegt. Q ist der Schnittpunkt dieser Fläche mit der Gerade durch P , die senkrecht auf der z -Achse steht. Von P aus fällt ein Lichtstrahl auf Q , welcher dort an der Tetraederfläche reflektiert wird, die dem Punkt P am nächsten liegt.

- (a) Skizziere die Situation.
 (b) Bestimme den Punkt U auf dem reflektierten Lichtstrahl in der Grundebene ((x, y) -Ebene).

(1) Lotfusspunkt $S_O = (\frac{3}{7}/\frac{6}{7}/\frac{9}{7}) \approx (0.428571/0.857143/1.28571)$,

$$O' = (\frac{6}{7}/\frac{12}{7}/\frac{18}{7}) \approx (0.857143/1.71429/2.57143),$$

$$h' : \vec{v} = \begin{pmatrix} 6 - \frac{36t}{7} \\ \frac{12t}{7} \\ \frac{18t}{7} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{6}{7}(7 - 6t) \\ \frac{12t}{7} \\ \frac{18t}{7} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 6. - 5.14286 t \\ 1.71429 \\ 2.57143 \end{pmatrix}$$

(2) $S_{P'} = (\frac{5}{14}/\frac{19}{7}/\frac{29}{14}) \approx (0.357143/2.71429/2.07143)$,

$$P' = (\frac{5}{7}/\frac{24}{7}/\frac{22}{7}) \approx (0.714286/3.42857/3.14286),$$

$$S_{Q'} = (\frac{31}{7}/\frac{13}{7}/\frac{9}{7}) \approx (4.42857/1.85714/1.28571),$$

$$Q' = (\frac{34}{7}/\frac{19}{7}/\frac{18}{7}) \approx (4.85714/2.71429/2.57143),$$

$$g' : \vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{5}{7} + \frac{29t}{7} \\ \frac{24}{7} - \frac{5t}{7} \\ \frac{22}{7} - \frac{4t}{7} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0.714286 + 4.14286 t \\ 3.42857 - 0.714286 t \\ 3.14286 - 0.571429 t \end{pmatrix},$$

Durchstosspunkt: $(0/\frac{103}{29}/\frac{94}{29}) \approx (0/3.55172/3.24138)$

(3) $S_{P'} = (\frac{154}{69}/-\frac{59}{69}/\frac{37}{69}) \approx (2.23188/-0.855072/0.536232)$,

$$P' = (\frac{170}{69}/-\frac{187}{69}/\frac{5}{69}) \approx (2.46377/-2.71014/0.0724638)$$

$$S_{Q'} = (\frac{80}{23}/\frac{19}{23}/\frac{24}{23}) \approx (3.47826/0.826087/1.04348)$$

$$Q' = (\frac{91}{23}/\frac{107}{23}/\frac{2}{23}) \approx (3.95652/4.65217/0.0869565),$$

$$g' : \begin{pmatrix} \frac{170}{69} + \frac{103t}{69} \\ -\frac{187}{69} - \frac{134t}{69} \\ \frac{5}{69} + \frac{t}{69} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 2.46377 + 1.49275 t \\ 2.71014 - 1.94203 t \\ 0.0724638 + 0.0144928 t \end{pmatrix},$$

Durchstosspunkt: $(0/\frac{51}{103}/\frac{5}{103}) \approx (0./0.495146/0.0485437)$

$$(4) \quad S_{P'} = (\frac{5}{6}/\frac{5}{6}/\frac{2}{3}) \approx (0.833333/0.833333/0.666667)$$

$$P' = (\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}) \approx (0.666667/0.666667/0.833333)$$

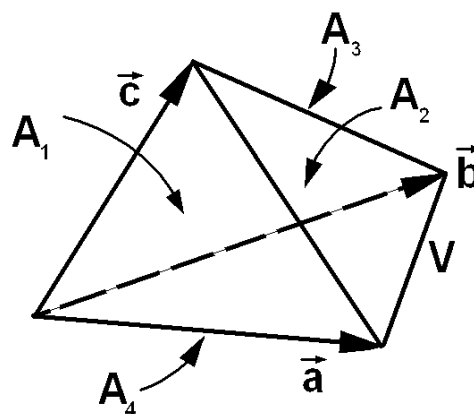
$$Q = S_{Q'} = Q' = (\frac{3}{4}/\frac{3}{4}/\frac{1}{2}) \approx (0.75/0.75/0.5),$$

$$g' : \vec{v} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} + \frac{t}{12} \\ \frac{2}{3} + \frac{t}{12} \\ \frac{5}{6} - \frac{t}{3} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0.666667 + 0.0833333 t \\ 0.666667 + 0.0833333 t \\ 0.833333 - 0.333333 t \end{pmatrix},$$

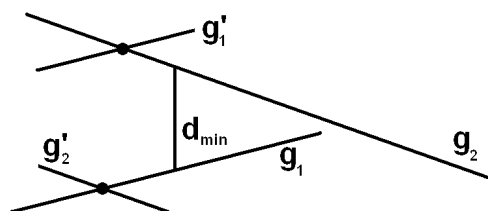
Durchstosspunkt: $(\frac{7}{8}, \frac{7}{8}, 0) \approx (0.875/0.875/0.)$

4.25 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 4

(1) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$
 $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = ?$
 $V = ?$



(2) $g_1 : \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$
 $g_2 : \vec{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$
 $d_{\min} = ?$



4.26 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 5

$$(1) \quad g_1 : \vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$g_2 : \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$(a) \quad d_{\min}(g_1, g_2) = ?$$

$$(b) \quad \Phi \parallel g_1, \quad \Phi \parallel g_2, \quad M \in \Phi \rightsquigarrow \Phi \\ \Phi \cap (z\text{-Achse} \bullet -axe \ z) = ?$$

$$(2) \quad g_3 : \vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \nu \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

S = Schwerpunkt • *Centre de gravitation*

A = Oberfläche • *Surface*

$$(a) \quad d_{1\min}, \quad d_{2\min}, \quad d_{3\min} = ?$$

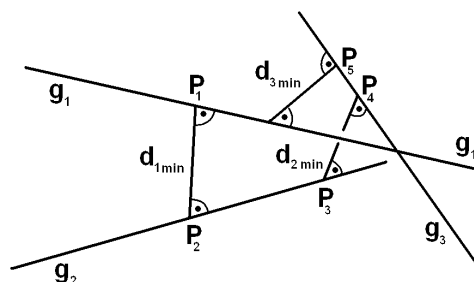
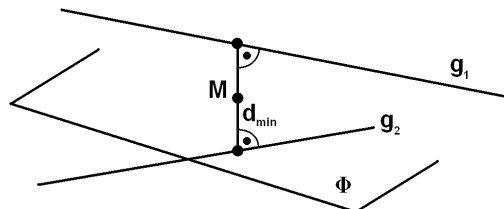
$$(b) \quad P_1, P_2, \dots, P_6 = ?$$

$$(c) \quad A(\triangle P_1 P_2 P_3) = ?$$

$$(d) \quad A(\triangle P_2 P_4 P_6) = ?$$

$$(e) \quad S(\triangle P_1 P_3 P_5) = ?$$

$$(f) \quad S(\triangle P_2 P_4 P_6) = ?$$



4.27 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 6

(1) Selbststudium: • Travail personnel:

- (a) Polare und Polarenebene • *Polaire et plan polaire*
- (b) Potenz eines Punktes • *Puissance d'un point*
- (c) Sekantenn Tangentensatz, Sehnensatz • *Théorème de la secante, de la tangente, de la corde*
- (d) Potenzgerade, Potenzebene • *Droite radicale, plan radical*
- (e) Mathematica • *Mathematica*

4.28 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 6a

(1) Arbeite am *Mathematica*-Kurs!

- *Travailler au cours de Mathematica!*

Berechne mit *Mathematica* Vektorprodukte:

- *Calculer avec Mathematica Produits vectoriels:*

Mathematica-Programm: • **Programme en Mathematica:**

Beispiel: Exercice:

```
matrix={{a,b,c},{d,e,f},{g,h,i}}; vector=Transpose[{{r,s,t}}];  
matrix // MatrixForm (ENTER)
```

```
matrix.vector (ENTER)
```

```
vector1 = {r, s, t};  
matrix.vector1 (ENTER)
```

U.s.w. • *Etc.*

4.29 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 7

(1) $z_1 = 4 + 5i, \quad z_2 = 2 - 7i$

(a) $z_1 + z_2 = ?$

(b) $3z_1 + 4z_2 = ?$

(c) $z_1 - 2z_2 = ?$

(d) $z_1 \cdot z_2 = ?$

(2) $\varphi = \frac{\pi}{6} \quad A \hat{=} z_1, \quad z_1 = 2 + i, \quad A \xrightarrow{D_\varphi} A' \quad A' \hat{=} z_2, \quad z_2 = 1 + 2i$

$B \xrightarrow{D_\varphi} B' \quad B \hat{=} z_2, \quad z_2 = 5 + 2i, \quad B' \hat{=} ?$

$C \xrightarrow{D_\varphi} C' \quad C \hat{=} z_2, \quad z_3 = 3 + 3i, \quad C' \hat{=} ?$

(3) Zeichne $\triangle ABC$ und $\triangle A'B'C'$. • Dessiner $\triangle ABC$ et $\triangle A'B'C'$.

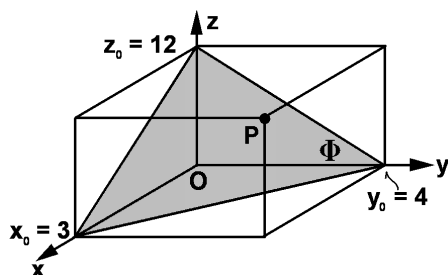
4.30 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 8

- (1) Arbeite weiter an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!
- *Continuer le travail à l'introduction dans Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

4.31 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 8a

(1)



$$\Phi = \Phi(x_0, y_0, z_0)$$

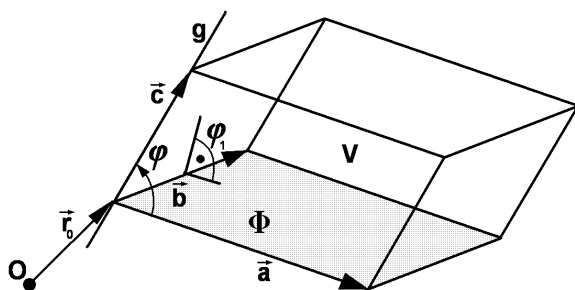
$$\Phi: Ax + By + Cz + D = 0,$$

$$D = -144, A, B, C = ?$$

Distanz Φ von $O = ?$ • Distance Φ de $O = ?$

Distanz Φ von $P = ?$ • Distance Φ de $P = ?$

(2)



$$\Phi: \vec{r}_\Phi = \vec{r}_0 + \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$$

$$g: \vec{r}_g = \vec{r}_0 + t \vec{c}$$

$$V = ?$$

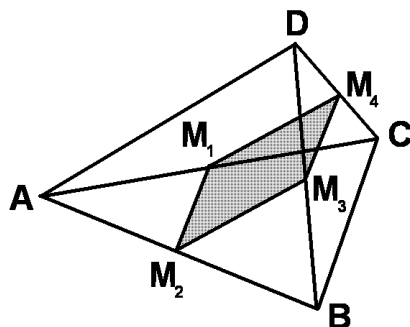
$$\varphi = ?$$

$$\varphi_1 = ?$$

$\varphi_1 =$ Winkel zwischen den Ebenen.

• $\varphi_1 =$ Angle entre les plans.

(3)



$$A(-2/0/0), C(4/2/0),$$

$$C(6/-1/1), D(3/1/6)$$

$M =$ Mitte • $M =$ milieu

(a) Volumeninhalt $(ABCD) = ?$.

• Volume $(ABCD) = ?$.

(b) Flächeninhalt $(M_1M_2M_3M_4) = ?$.

• Surface $(M_1M_2M_3M_4) = ?$.

$$(4) \Phi_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Phi_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(a) $s = \Phi_1 \cap \Phi_2 \leadsto \vec{x} = ?$

(b) Für welche $P \in s$ ist $|\overrightarrow{OP}|$ minimal? • Pour quel $P \in s$, $|\overrightarrow{OP}|$ est minimale?

Hinweis: Normalenvektoren! • Indication: Vecteurs orthogonaux!

$$(5) \quad h_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} 1 \quad h_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \end{pmatrix} 6$$

Distanz zwischen h_1 und $h_2 = ?$ • *Distance entre h_1 et $h_2 = ?$*

4.32 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 9

(1) Löse nach Cramer: • *Résoudre selon Cramer:*

$$\begin{cases} 4x - 2y + 3z = 1 \\ 5x - 3y + 4z = 2 \\ 6x - 4y + rz = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 2y + 3z = 1 \\ 5x - 3y + 4z = 2 \\ 6x - 4y + 5z = 3 \end{cases}$$

(2) Arbeite weiter an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!

• *Continuer le travail à l'introduction dans Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

4.33 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 10

(1) $z_1 = 4 + 2i \quad z_2 = 3 - i$

(a) $z_1 - z_2 = ?$

(b) $z_1 + z_2 = ?$

(c) $z_1 \cdot z_2 = ?$

(d) $\frac{z_1}{z_2} = ?$

(2) $z = 1 + i \rightsquigarrow$ Skizziere: • *Esquisse de:*

(a) z ?

(b) $\frac{1}{z}$?

(c) $z + \frac{1}{z}$?

(3) $P_1 \hat{=} z_1 = 3 + i, \quad P_2 \hat{=} z_2 = 11 + i, \quad P_3 \hat{=} z_3 = 14 + i, \quad P_4 \hat{=} z_4 = 14 + 3.5i$
 $P_5 \hat{=} z_5 = 11 + 3.5i, \quad P_6 \hat{=} z_6 = 5 + 3.5i, \quad P_7 \hat{=} z_7 = 3 + 6i, \quad P_8 \hat{=} z_8 = 11 + 6i,$

(a) Zeichne den Streckenzug: • *Dessiner les segments:*

$$P_1 P_6 P_5 P_4 P_3 P_2 P_1 P_7 P_8 P_5 P_2 P_1 P_7 P_6$$

(b) Sei • *Soit* $\lambda = 2, \quad \vec{k} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad \alpha = 50^\circ \rightsquigarrow \text{Rot. } D_\alpha$

Abbildungen: • *Applications:*

$$P_k \xrightarrow{\vec{v} \mapsto \vec{w} = \lambda \cdot \vec{v}} Q_k \xrightarrow{\vec{w} \mapsto \vec{w} + \vec{k}} S_k \xrightarrow{D_\alpha} T_k = ?$$

i. Rechnung ? • *Calcul ?*

ii. Skizze ? • *Esquisse ?*

4.34 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 10a

- (1) Arbeite weiter an der Einführung in *Mathematica*! Repetiere zudem den Stoff für den nächsten Test!
- *Continuer le travail à l'introduction dans Mathematica! En plus répéter la matière pour le test prochain*

<http://rowicus.ch/Wir/MathemDF/Mathem.html>

4.35 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 11

$$(1) \quad \left| \begin{array}{rcl} x + y + z & = & 1 \\ y + z & = & 2 \\ z & = & 1 \end{array} \right| \quad \text{Gauss-Jordan ?}$$

$$(2) \quad \left| \begin{array}{rcl} x + y + z & = & 1 \\ x - y + z & = & 1 \\ x - y - z & = & 1 \end{array} \right| \quad \text{Gauss-Jordan ?}$$

$$(3) \quad \left| \begin{array}{rcl} x + y + z & = & 1 \\ x - y + z & = & 1 \end{array} \right| \quad \text{Gauss-Jordan ?}$$

$$(4) \quad \left| \begin{array}{rcl} x + y & = & 1 \\ y + z & = & 1 \\ x - z & = & 1 \\ x + y + z & = & 2 \end{array} \right| \quad \text{Gauss-Jordan ?}$$

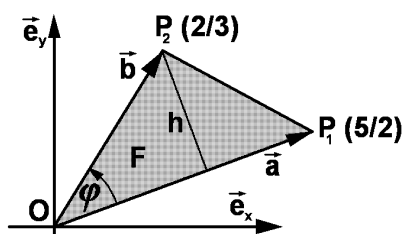
$$(5) \quad \left| \begin{array}{rcl} x + y + z + w & = & 1 \\ x + z + w & = & 1 \\ x + y - z + w & = & 1 \end{array} \right| \quad \text{Gauss-Jordan ?}$$

4.36 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 13

5 Testserien zur Vektorrechnung: • 5 séries de test concernant le calcul vectoriel:

Serie 1 .: Série 1

(1)



Sei • Soit :

$$z = 0 \Rightarrow \vec{e}_x, \vec{e}_y : x \neq 0, y \neq 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ?, \varphi = ?$$

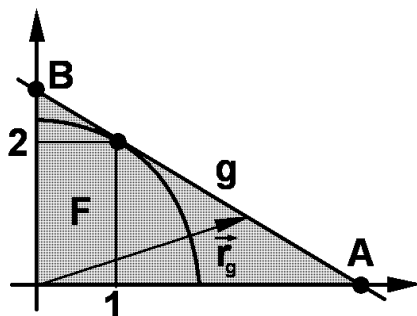
$$\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = ?$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = ?$$

$$F = A = ?$$

$$h = ?$$

(2)



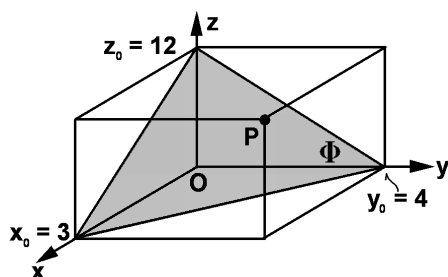
$$g : \vec{r}_g = \vec{r}_0 + \vec{a} \cdot t = ?$$

$$A(x_1/y_1) = ?$$

$$B(x_2/y_2) = ?$$

$$F = A = ?$$

(3)



$$\Phi = \Phi(x_0, y_0, z_0)$$

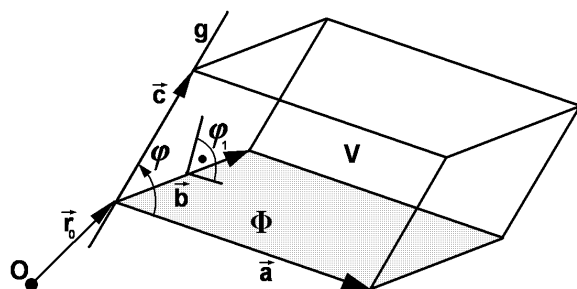
$$\Phi : Ax + By + Cz + D = 0,$$

$$D = -144, A, B, C = ?$$

$$\text{Distanz } \Phi \text{ von } O = ? \quad \bullet \text{ Distance } \Phi \text{ de } O = ?$$

$$\text{Distanz } \Phi \text{ von } P = ? \quad \bullet \text{ Distance } \Phi \text{ de } P = ?$$

(4)



$$\Phi: \vec{r}_\Phi = \vec{r}_0 + \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$$

$$g: \vec{r}_g = \vec{r}_0 + t \vec{c}$$

$$V = ?$$

$$\varphi = ?$$

$$\varphi_1 = ?$$

φ_1 = Winkel zwischen den Ebenen.

• φ_1 = Angle entre les plans.

(5)

$$\begin{cases} 2x + y + z + w = 5 \\ x + 2y + z + w = k \cdot 5 \\ x + y + 2z + w = u \cdot 5 \\ x + y + z + 2w = 5 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = ?$$

Serie 2 .: Série 2

(1) $\Phi: 3x + 2y - 5z + 8 = 0$

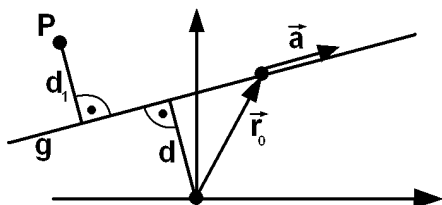
$\angle(\Phi, \Psi) = ? \text{ (Grad)} \bullet \text{ Degré}$

$$\Psi: \vec{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(2) $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v} = \lambda \cdot \vec{b}$

(a) Berechne x so dass gilt: $\vec{a} \perp \vec{b}$. • Calculer x de façon qu'il vaut: $\vec{a} \perp \vec{b}$ (b) Berechne λ so dass gilt: $\vec{a} \cdot \vec{v} = 7$. • Calculer λ de façon qu'il vaut: $\vec{a} \cdot \vec{v} = 7$.

(3)

 g ist gegeben durch $\vec{r}_0$ und $\vec{a}$.• Soit donné g par $\vec{r}_0$ et $\vec{a}$.

$$\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{OP} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Berechne die Distanzen d_1 und d .• Calculer les distances d_1 et d .

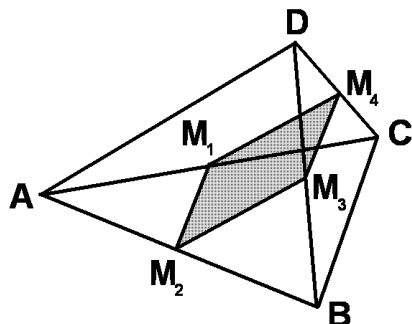
(4) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\Phi: \vec{r}_\Phi = \vec{r}_0 + \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}.$$

(a) Berechne die Distanz von $P_0(5, 5, 5)$ zu Φ .• Calculer la distance de $P_0(5, 5, 5)$ à Φ .(b) Berechne das Volumen des Tetraeders, das gegeben ist durch $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.• Calculer le volume du tétraèdre, qui est donné par $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Serie 3.: Série 3

(1)



$A(-2/0/0), C(4/2/0),$
 $C(6/-1/1), D(3/1/6)$
 $M = \text{Mitte} \bullet M = \text{milieu}$

(a) Volumeninhalt $(ABCD) = ?$.• $\text{Volume}(ABCD) = ?$.(b) Flächeninhalt $(M_1M_2M_3M_4) = ?$.• $\text{Surface}(M_1M_2M_3M_4) = ?$.

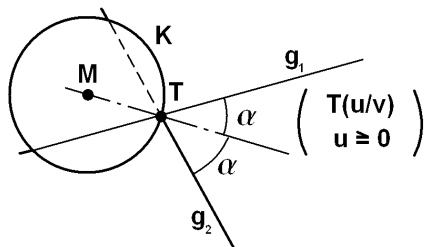
$$(2) \quad \Phi_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Phi_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(a) $s = \Phi_1 \cap \Phi_2 \leadsto \vec{x} = ?$ (b) Für welche $P \in s$ ist $|\overrightarrow{OP}|$ minimal? • *Pour quel $P \in s$, $|\overrightarrow{OP}|$ est minimale?*Hinweis: Normalenvektoren! • Indication: Vecteurs orthogonaux!

$$(3) \quad \left| \begin{array}{rcl} 3x + y - 20w & = & 11 \\ 2x - 2y + z - w & = & 2 \\ x + y + 11z & = & 7 \\ -x - 8z + 16w & = & -1 \\ 4x + 2y + 11z - 20w & = & 18 \end{array} \right| \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = ?$$

(4)



$$K: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 10^2$$

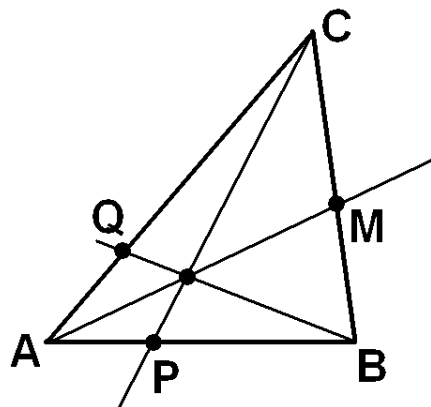
$$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$g_2: \vec{x} = ?$$

$$(5) \quad h_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad h_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Distanz zwischen h_1 und $h_2 = ?$ • *Distance entre h_1 et $h_2 = ?$*

(6)

 $A(0/0), B(b/0), C(r/s)$

$$| \overrightarrow{AP} : \overrightarrow{PB} | = 1 : 2$$

$$| \overrightarrow{BM} : \overrightarrow{MC} | = 1 : 1$$

$$| \overrightarrow{AQ} : \overrightarrow{QC} | = 1 : x, \quad x = ?$$

(Rechnung!) • (Calcul!)

Serie 4 .: Série 4

(1) **Geg.:** • **Donné:** $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{z} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{w} = \begin{pmatrix} 5 \\ -12 \\ 6 \end{pmatrix}$

Ges.: • **Trouver:** Darstellung von $\vec{w}$ als LK von $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ ($\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\}$: Basis!)
 • Représenter $\vec{w}$ comme CL de $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ ($\{\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}\}$: base!)

(2) $A(5/-6/2), B(-7/-3/1), C(x/5/z), C \in \overline{AB}$

$$x = ?, z = ?, \overrightarrow{AC} = ?$$

(3) $A(3/2), B(-1/4), C(1/-3), Q = ?$

$$|AQ| = |BQ| = |CQ|$$

(4) $\overrightarrow{AP} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \overrightarrow{BP} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \overrightarrow{CP} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}, P = P(0/1)$

$$A = ?, B = ?, C = ?, S = ?$$

Serie 5 .: *Série 5*

(1) **Geg.:** • **Donné:** $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}, \gamma = \angle(\vec{a}, \vec{b})$

Ges.: • **Trouver:**

(a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$

(b) $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

(c) γ (Rad!)

(d) $\vec{a} \times \vec{b}$

(2) $g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}, P_0 = P_0(2/-1/3)$

Ebene Φ durch P_0 , $\Phi \perp g$. Plan Φ qui contient P_0 , $\Phi \perp g$.

Berechne: • *Calculer:*

(a) Abstand von Φ zum Ursprung? • *Distance de Φ à l'origine?*

(b) $Q = \Phi \cap x$ -Achse? • $Q = \Phi \cap \text{axe } x$?

(3) **Geg.:** • **Donné:**

Kugel um $M(1/1/1)$ mit $R = 5$. • *Sphère autour de $M(1/1/1)$ avec $R = 5$.*

$g: \vec{r} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, Q = Q(10/0/2)$

(a) Berechne $P = g_1 \cap \text{Kugel}$. (Wähle diejenige Lösung mit der grössten x -Koordinate.)

• *Calculer $P = g_1 \cap \text{sphère}$. (Choisir la solution avec la coordonnée x maximale.)*

(b) Ein Lichtstrahl geht von Q aus und wird in P an der Tangentialebene (Tangentialebene an die Kugel) reflektiert. Berechne den Winkel zwischen ein- und ausfallendem Strahl.

• *Un rayon de lumière part de Q et est réflécté dans P au plan tangentiel (plan tangentiel à la sphère). Calculer l'angle entre les rayons partants et arrivants.*

4.37 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 13

(1) Studiere: • *Etudier:*

$$\left| \begin{array}{rcl} 3x + 4y & = & 2 \\ 2x - 3y & = & 1 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{rcl} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & = & 2 \\ \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & = & 1 \end{array} \right| \begin{array}{l} \text{(Skalarprodukt!)} \\ \bullet \text{ (Produit scalaire!)} \end{array}$$

$$\leadsto \text{Neu: } \bullet \text{ Nouvelle forme: } \left| \begin{array}{rcl} (3 \ 4) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & = & 2 \\ (2 \ -3) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} & = & 1 \end{array} \right| \begin{array}{l} \text{(Matrixprodukt!)} \\ \bullet \text{ (Produit matriciel!)} \end{array}$$

$$\leadsto \text{Kurz: } \bullet \text{ Bref: } \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{(Matrixprodukt!)} \\ \bullet \text{ (Produit matriciel!)} \end{array}$$

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \leadsto \text{Matrix } \bullet \text{ Matrice}$$

Bsp.: • Exemple:

$$M \cdot \vec{x} = \vec{a} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix} \Rightarrow M \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 5 + 4 \cdot 6 \\ 2 \cdot 5 - 3 \cdot 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 39 \\ -8 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{a} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 39 \\ -8 \end{pmatrix}$$

Probleme: • Problèmes:

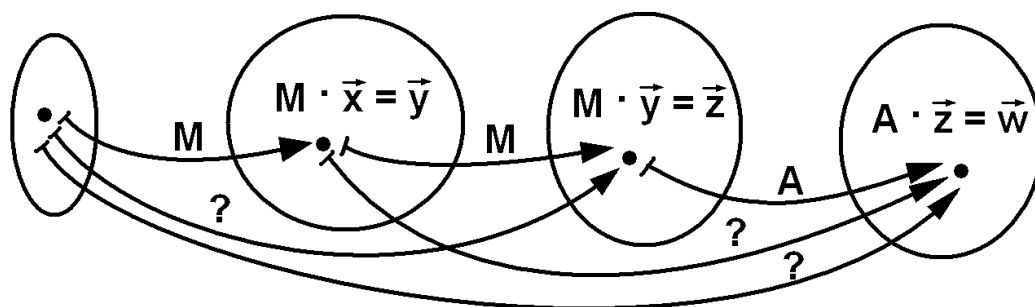
$$(a) \ M = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \ \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{a} = M \cdot \vec{x} = ?$$

$$(b) \ M \cdot \vec{y} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{y} = M^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} = ? \text{ (Rechner) } \bullet \text{ (Calculatrice)}$$

$$(c) \ M \cdot (M \cdot \vec{x}) = ?$$

%

(d)



$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{y} = ?, \quad \vec{z} = ?, \quad \vec{w} = ?$$

WIR

4.38 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 13a

- (1) Projektarbeit: Realistische 3D–Darstellung eines Hauses, Parallelprojektion, in einem gedrehten Koordinatensystem. (Vgl. Lösung.)
- *Travail lors d'un projet: Représentation d'une maison 3D, réaliste, projection parallèle, dans un système de coordonnées pivoté. (Voir solution.)*

4.39 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 14

(1) Bearbeite ehemalige Vordiplomaufgaben!

- *Résoudre des anciennes séries de diplômes préalables.*

4.40 Übungen in AlgGeo ◇ Exercices en AlgGéo ◇ B1 II / 15

(1) $\vec{x} \mapsto B \cdot \vec{x} = \vec{y}$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} = 2\vec{a} - \vec{b}, \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

(a) Berechne: • *Calculer*:

$$B \cdot \vec{a}, \quad B \cdot \vec{b}, \quad B \cdot \vec{v}$$

(b) Skizziere: • *Esquisse*:

$$\vec{a}, \vec{b}, \vec{v}, B \cdot \vec{a}, B \cdot \vec{b}, B \cdot \vec{v}$$

(2) $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \vec{y} = A \cdot \vec{x} = x_1 \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix} + x_2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(a) $A = ?$

(b) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \end{pmatrix} \mapsto \vec{y} = ?$

(3) $R = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

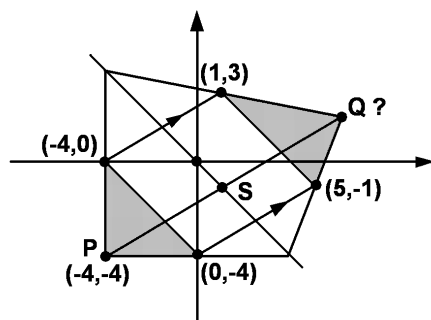
(a) $R \cdot T = ?$

(b) $T \cdot R = ?$

(c) $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \vec{y} = R \cdot \vec{x} \mapsto \vec{z} = T \cdot \vec{y} = ?$

(d) $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \mapsto M \cdot \vec{x} := (T \cdot R) \cdot \vec{y} = ?$

(4)



$$\vec{OP} \mapsto M \cdot \vec{OP} = \vec{OQ}$$

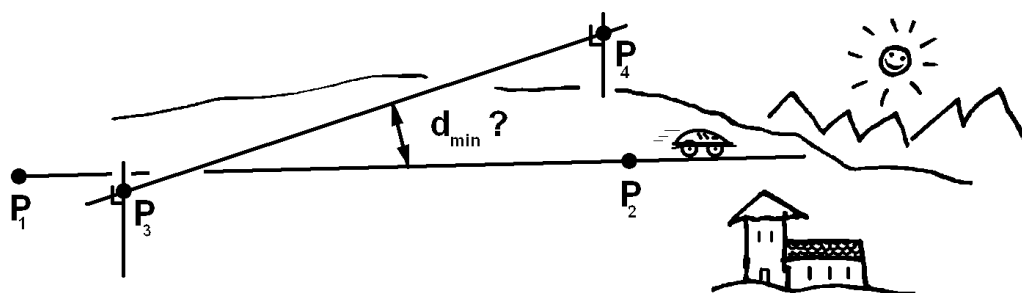
Matrix $M = ?$ • *Matrice* $M = ?$

$$\vec{SQ} = \lambda \cdot \vec{SP}, \quad \lambda = ?$$

4.41 Übungen in Algebra ◇ Exercices en algèbre ◇ B1 ◇ II / 16

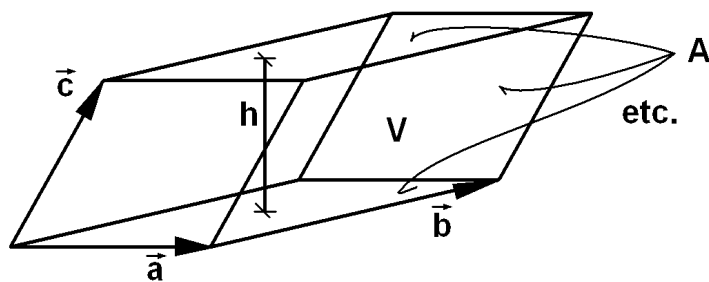
Repetition aus der Algebra: • *Répétition de l'algèbre:*

(1)



$$P_1(1, 2, 3), P_2(21, 36, 42), P_3(-7, 4, -3), P_4(-16, -5, -1) \rightsquigarrow d_{\min} = ?$$

(2)



$$A = ? \quad V = ? \quad h = ?$$

4.42 Lösungen ◇ Lines pour solutions

Die Lösungen werden bei Gelegenheit integriert, wenn der Autor dafür Zeit haben wird. • *Les solutions seront ajoutées prochainement à l'occasion, si l'auteur aura le temps.*

Lösungen siehe unter den Links: • *Solutions voir les liens:*

<http://rowicus.ch/Wir/TheProblems/Problems.html>

(Schema) • *(Schéma)*

<http://rowicus.ch/Wir/ProblemsSolutions/ProblemsSolutions.html>

(Mathematica–Quellencode) • *(Code de source en Mathematica)*

Ende • *Fin*