Übungen in Algebra $\diamond$ Aus der Praxis $\diamond$ A1 $\diamond$ II /1N

Probl. 1 Senkrechter Vektor:

Geg.: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}.$

Ges.: $\vec{a}_\perp.$

Probl. 2 Vektor mit fixem Winkel zu gegebenem Vektor:

Geg.: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix},\ \vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},\ \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 30^o,\ |\vec{b}| = 5.$

Ges.: $\vec{b}.$

Probl. 3 Vektor mit bekannter Projektionslänge auf gegebenen Vektor:

Geg.: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix},\ \vec{b} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},\ \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 36^o.$

Die Länge der Projektion von $\vec{b}$ auf $\vec{a}$ beträgt 3.

Ges.: $\vec{b}.$

Probl. 4 Parallelogramminhalt:

Geg.: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix},\ \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 12 \end{pmatrix}$

Ges.: $A =$ Inhalt des Parallelogramms, das von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannt wird.

Probl. 5 Vektor mit Bedingung an ein Skalarprodukt:

Geg.: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ y \end{pmatrix},\ \vec{b} = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \end{pmatrix},\ \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \end{pmatrix}.$

Ges.: y so, dass gilt $\langle a, b \rangle = \langle b, c \rangle$.

Probl. 6 Länge einer Projektion:

Geg.: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix},\ \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix},\ \vec{c} = \vec{a} - \vec{b}.$

Ges.: Länge der Projektion von $\vec{b}$ auf $\vec{c}$.

Probl. 7 Schnittpunkt einer Geraden mit der Senkrechten durch einen gegebenen Punkt:

Geg.: $\overrightarrow{OP}= \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{OQ}= \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Durch O und P geht die Gerade g. Von Q aus wird eine Senkrechte s auf g gefällt.

Ges.: Berechne $H = s \cap g$.

Probl. 8 Schnittpunkt einer Geraden mit einer Geraden durch einen gegebenen Punkt unter einem gegebenen Winkel:

Geg.: $\overrightarrow{OP}= \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{OQ}= \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Durch O und P geht die Gerade g. Von Q aus wird eine Gerade h im Winkel von 30^o auf g gefällt. H ist der von O weiter entferntere Punkt.

Ges.: Berechne $H = h \cap g$.

Probl. 9 Projizierte Punkte und Projektionslänge:

Geg.: $\overrightarrow{OP}= \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{OQ}= \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{OT}= \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$. Durch O und P geht die Gerade g. T und Q werden auf g projiziert.

Ges.: Berechne die projizierten Punkte sowie die Länge der Projektion.

Probl. 10 Gederehter Vektor:

Geg.: $\overrightarrow{OP}= \vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$. Drehe $\vec{a}$ um 20^o um O. $\leadsto$ P'

Ges.:

(a) Berechne P'.

(b) Verschiebe P' um $\vec{a} \leadsto$ P'', drehe diesen Punkt um $-20^o \leadsto$ P''', verschiebe diesen neuen Punkt um $-\vec{a} \leadsto$ P''''.

Probl. 11 Winkelberechnungen an platonischen Körpern:

(a) Berechne den Winkel zwischen den Höhen im Tetraeder.

(b) Berechne den Winkel zwischen den Körperdiagonalen im Würfel.

(c) Berechne den Winkel zwischen den Körperdiagonalen und den Flächendiagonalen im Oktaeder.

Probl. 12 Dodekaeder:

Ges.: Berechne die Koordinaten von Eckpunkten des Dodekaeders, sodass man diesen Körper kontruieren kann.