Übungen und Selbststudium in Mathematik ◇ A3 01.1 ◇

Nach den Grundlagen des ECTS–Systems muss man bei uns auf eine Unterrichtslektion ca. eine bis vier Stunden Selbststudium rechnen. Damit sind Übungen, eigenständige Erarbeitung von Teilen des Stoffes, Prüfungsvorbereitungen, Arbeit mit Computerprogrammen u.s.w. gemeint. (1 ECTS entspricht 30 Stunden Arbeit. Bei 7 Lektionen z.B. entstehen so pro Lektion zusätzlich drei bis dreieinhalb Stunden Arbeit.)

Aufgabe: Bearbeite dieses Blatt 1, indem du dir dafür einen Studienplan bis zur nächsten Lektion machst. Halte diesen Studienplan dann auch ein.

Wichtig: Die Lösungen der folgenden Aufgaben (resp. die Resultate der eigenen Arbeiten) sind aufzubewahren und an die Schlussprüfung mitzubringen. Sie werden da gebraucht!

Probl. 1 Stoffgruppe 1: Synthese von Flächen und Schläuche (Schnecken)

(a) Spiel mit Funktionen zum „Aufwärmen“: Entwerfe eine Landschaft mit Hilfe von Funktionen $f : x \in \mathbb{R} \to f(x) \in \mathbb{R}^2$ und stelle diese mit dem Computer dar. (Sie sollte zur späteren Aufnahme eines Vordergrundes nutzbar sein.)

(b) Die Vektorfunktion $\vec{v}(t) = 5 \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ t \end{pmatrix}$ beschreibt eine Schraubenlinie. Wenn man entlang dieser Schraubenlinie einen Kreis mit Radius $r = 1$ führt, wobei in jedem Punkt die Kreisebene jeweils orthogonal zur Tangente der Schraubenlinie steht, entsteht ein Schlauch.
Schlauchartige Gebilde finden wir neben Industrieanwendungen etwa z.B. in Rutschbahnen von Badeanstalten, Passarellen, Flughafeneinrichtungen, U-Bahnen, Treppengehäuse oder futuristischen Bauten.

Aufgabe: Versuche diesen Schlauch mathematisch zu beschreiben und dann mit dem Computer mittels Vektorgraphik exakt zu zeichnen. (Programm frei. Eventuell ist auch eine Handzeichnung möglich. Doch der Aufwand wäre hier beträchtlich.)
Hinweis: Zuerst muss die Tangentenrichtung bestimmt werden, bevor die Orthogonalität gebraucht werden kann.

Beispiel archimedische Spirale: $\vec{v}(t) := r_1 \cdot \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \\ t \end{pmatrix}$ mit der Tangentenrichtung $\vec{v}\,'(t)$. Zur Tangente brauchen wir in einem Punkt einen senkrechten Vektor $\vec{u}(t)$ mit $\langle \vec{v}\,'(t), \vec{u}(t)\rangle = 0$ sowie einen zweiten senkrechten Vektor $\vec{w}(t) = \vec{v}\,'(t) \times \vec{u}(t)$ als Basis um einen Kreis aufzunehmen mit den Vektorkoordinaten $r_2 \begin{pmatrix} \cos(s) \\ \sin(s) \end{pmatrix}$.

Bestimme als Beispiel auch numerisch den Volumeninhalt einer solchen Spirale mit drei Windungen.

Probl. 2 Fraktale Gebilde

Falls die Zeit noch reich und obige Aufgabe beendet ist, so orientiere dich im Skript „Architekturmaterial“ über fraktale Gebilde.

Link 1:

`http://rowicus.ch/Wir/Scripts/KArch3.pdf`

Aufgabe: Versuche selbst, ein fraktales Gebilde zu entwerfen und mit dem Computer darzustellen. Wichtig: Es kommt weniger auf die Zeichnung an. Viel wichtiger ist das Verständnis des Weges!