Test 2 ◇ B1

Pro Teilaufgabe je 3 Punkte

Probl. 1 Berechne ohne Rechner:

(a) $\int\limits_{0}^{2\pi} (2 + \cos(x) - \sin(x))\, dx = ?$ (Skizze: Was wird berechnet?)

(b) $\int\limits_{2}^{-2} \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 3\,x^2 + 2\,x - 4\, dx = ?$

(c) $g(t) := \int\limits_{0}^{1} (t^2 + 2\,t) \cdot e^x\, dx$ $\leadsto$ t_0 = Minimumstelle von $g(t)$, $t_0 = ?$

(d) $\int\limits_{0}^{\pi} a\, \cos(2\,x\,\pi - \frac{\pi}{2})\, dx = ?$

(e) $\int\limits_{1}^{e} x^3 \ln(u \cdot x)\, dx = ?$

(f) $\int\limits_{2}^{4} \frac{3\,x}{x\,(x-1)\,(x+1)}\, dx = ?$

(g) $\int\limits_{0}^{1} x \cdot e^{-x^2}\, dx = ?$

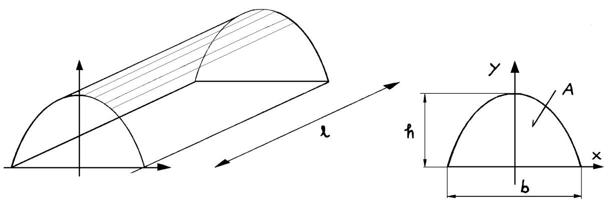
Probl. 2 $f(x) = 2\, e^{-(x-1)^2}$. Berechne das Integral $\int\limits_{0}^{1.5} f(x)\, dx$ numerisch (Rechner erlaubt):

(a) Mit der Rechtecksmethode, 8 Intervalle, Funktionswert immer rechts nehmen.

(b) Mit der Trapezmethode, 8 Intervalle.

(c) Wie gross ist die Differenz der beiden Resultate?

Probl. 3



Die Funktion $f(x) = a\,x^4 + h$ mit $f(0) = h$ und $f(-\frac{b}{2}) = f(\frac{b}{2}) = 0$ beschreibt den Querschnitt eines Tunnels nach nebenstehender Skizze.

Es ist $h = 3.5\,m$, $b = 6.5\,m$ und $l = 20\,km$.

(a) Berechne $f(x)$. Erstelle eine genaue Skizze des Tunnelprofils.

(b) Berechne das auszubrechende Volumen beim Tunnelbau.

(c) Wie ist bei gleichem a die Höhe h zu ändern, damit sich das auszubrechende Volumen verdoppelt? (Achtung: Mit h ändert auch b!)

Fortsetzung: Rückseite!

Probl. 4 Wir kennen die Ableitung $f'(x) = \dfrac{x^3}{4} - 3\,x$ einer unbekannten Funktion $f(x)$, von der wir jedoch wissen, dass $f(0) = 5$ ist.

(a) Berechne $f(x)$. Skizziere $f(x)$ über $I = [-5, 5]$.

(b) Berechne die Extremwertstellen von $f(x)$, an denen die Tangente horizontal ist.

(c) Berechne die Nullstellen von $f(x)$.

(d) Berechne allfällige Wendepunktstellen von $f(x)$.

(e) Berechne $\int\limits_{-2}^{2} f(x)\,dx$.

Probl. 5 Gegeben ist $2(x-y)^2 + 3xy^2 - 5(x+2y)$.

(a) Berechne $grad(f(x))$.

(b) Berechne einigermassen genau Stellen, wo $grad(f(x)) = 0$ gilt.

(c) In der Grundebene ist die Projektion des Weges $g(x, y) = 2\,x - 1 - y = 0$ gegeben. Berechne mit der Lagrange–Methode diejenigen Punkte, wo er Weg ein Maximum oder ein Minimum erreicht.

Viel Glück! • *Bonne chance!*

WIR