Test $\diamond$ B1 01 $\diamond$

Wichtig: Resultate sind gut sichtbar zu unterstreichen. Nur gut leserliche, sauber gegliederte Lösungen können korrigiert werden. Die einzelnen Aufgaben sind durch einen Strich zu trennen. Alle Teilaufgaben geben gleich viele Punkte. („Exakt“ heisst „ohne Dezimalbrüche“ im Resultat.)

Probl. 1 Berechne die 1. Ableitung von Hand. (Schritte für die Herleitung notieren!): 6P

(a) $f_1(t) = a_5\,t^5 + 3\,t^4 + 2\,x^2 + a_2\,t^2 - 8\,t - 11$ (kein Schreibfehler!)

(b) $f_2(x) = \tan(x) - e^x + e^{-x} - \frac{1}{2\,x}$

(c) $f_3(x) = \cos(x) - ln(\pi\,x)\,\sqrt{x}$

(d) $f_4(x) = \sin(x)\,ln(x) - \frac{e^x}{x}$

(e) $f_5(x) = \sin(3\,e^x) + 2\,e^{-x^3}$

(f) $f_6(x) = \arcsin(-\sin(x)) \rightsquigarrow\ f'(x) = ?$ (Setze dann $x = 1$ und rechne auf drei Stellen hinter dem Komma genau.)

Probl. 2 Berechne die Nullstellen, Extremalstellen und Wendepunkte der Funktion 6P

$$f(x) = (x-2)\,x\,(x+1)\,(x+2) - 2$$

auf zwei Stellen hinter dem Komma genau und trage die Koordinaten in eine Funktionsskizze ein.

Probl. 3 Gegeben sei die Funktion $y = f(x) = x^5$. Im Punkte $P_0(x_0; y_0)$, $y_0 = f(x_0)$ auf dem Graphen dieser Funktion wird die Tangente $t(x)$ gezeichnet, welche die x-Achse im Punkte $P_1(x_1; 0)$ und die y–Achse im Punkte $P_2(0, y_2)$ schneidet. Weiter schneidet die Normale $n(x)$ zu $t(x)$ durch P_0 die x-Achse im Punkte $P_3(x_3; 0)$ und die y–Achse im Punkte $P_4(0, y_4)$. Weiter sei $X_0 = X(x_0; 0)$

(a) Berechne den Inhalt des Dreiecks $P_1X_0P_0$ für $x_0 = 2$.

(b) Berechne den Inhalt des Dreiecks OP_2P_1 für $x_0 = 2$.

(c) Berechne den Inhalt des Dreiecks OP_4P_3 für $x_0 = 2$. 6P

Probl. 4 Berechne aus drei Stellen hinter dem Komma genau die Extremalstellen und Wendepunkte der Funktion

$$f(x) = x \cdot \sin(x),\ \ x \in [0, 3\,Pi]$$

und trage die Resultate in eine Funktionsskizze ein. 4P

Probl. 5 Berechne exakt und von Hand (Schritte zeigen):

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{4\,x + tan(2\,x)}{\sin(x)}$

(b) $\lim\limits_{x\to 1} \alpha\,\frac{x^3 + x^2 - 2 + ln(x-1)}{\pi\,x^3 - \pi}$ 4P