Test (mit vielen Kurzaufgaben) ◇ B1–08/09–02 ◇

Wichtig: ♡ Bitte nur die **Vorderseite** eines Blattes beschreiben.
♣ Resultate sind gut sichtbar zu unterstreichen.
♠ Nur gut leserliche, sauber gegliederte Lösungen mit sofort auffindbaren Resultaten können korrigiert werden.
♢ Die einzelnen Aufgaben sind durch einen Strich zu trennen.
♣ Wenn eine Aufgabe nicht lösbar oder $\mathbb{L} = \{\}$ ist, muss dies erwähnt werden.
♡ **Alle Aufgaben geben gleich viele Punkte — löse so viele wie möglich!**

Probl. 1 Berechne von Hand nachvollziebar die Ableitung von

$$f_1(x) = (x-1)(x+1)(x^2+1) + 4\,x^3 + 3\,x^2 + 2\,x$$

Hinweis: Erst in ein Polynom umformen.

Probl. 2 Berechne von Hand nachvollziebar die Ableitung von

$$f_2(x) = \sin(x)\, e^x \, \cosh(x)$$

Hinweis: Erst $e^x \cosh(x)$ *vereinfachen,* $\cosh(x) = \ldots$

Probl. 3 Berechne von Hand nachvollziebar die Ableitung von

$$f_3(x) = \frac{(x-1)(x+2)}{x^2-1}$$

Probl. 4 Berechne von Hand nachvollziebar die Ableitung von

$$f_4(x) = \cos(\cos(x))$$

Probl. 5 Berechne von Hand nachvollziebar die Ableitung von

$$f_5(x) = \cos(\cos(\cos(x)))$$

Probl. 6 Berechne von Hand nachvollziebar die Ableitung von

$$f_6(x) = (2\,x)^{3\,x}$$

Probl. 7 Berechne von Hand nachvollziebar die Ableitung von

$$f_7(x) = x^3 \, \ln(|x^3|)$$

Probl. 8 Berechne den Punkt auf der x-Achse, wo die Funktion $f_8(x) = 2\,sin(2\,x)$ ($x \in I = [0,\,\pi]$) den Tangentensteigungswinkel $\alpha = 30^o$ hat.

%

Probl. 9 Es soll die Gleichung $e^{-x} = 2\,x^3 - 4$ numerisch gelöst werden. Um dies auszuführen sucht man die Nullstellen der Funktion $f_9(x) = e^{-x} - 2\,x^3 + 4$ mit Hilfe des Newton-Verfahrens. Führe das Verfahren mit dem Startwert $x_0 = 1$ wie folgt durch: Berechne mit dem Taschenrechner $x_1,\ \ x_2,\ \ x_3,\ \ x_4$.

Probl. 10 Die Funktionskurve von

$$f_{10}(x) = \sqrt{4 - x^2},\ \ x \in [0,\, 2]$$

zeigt einen Halbkreis im 1. Quadranten. Ermittle diejenige Zahl x_m so exakt wie möglich, für die das Dreieck mit den Eckpunkten $(0; 0)$, $(x_m; 0)$, $(x_m; f_{10}(x_m))$ einen maximalen Flächeninhalt aufweist. Skizziere die Situation in sauberer Art.

Probl. 11 Die Funktion $f_{10}(x)$ wird jetzt manipuliert, sodass daraus die neue Funktion

$$f_{11}(x) = \sqrt{4 - (\frac{1}{2}\,x)^2}$$

entsteht. Ermittle den dazugehörigen Definitionsbereich $[0,\, x_{rechts}]$ sowie diejenige Zahl x_M so exakt wie möglich, für die das Dreieck mit den Eckpunkten $(0; 0)$, $(x_M; 0)$, $(x_M; f_{11}(x_M))$ einen maximalen Flächeninhalt aufweist. Skizziere die Situation in sauberer Art.

Probl. 12 Gegeben ist die Funktion

$$f_{12}(x) = x^2$$

sowie ein Punkt x_1 auf der positiven x–Achse. Berechne in x_1 die Ableitung von $f_{12}(x)$ und damit die Geradengleichung der Tangenten $t_{x_1}(x)$. Die Nullstelle von $t_{x_1}(x)$ auf der x–Achse sei x_0. Frage: In welchem Verhältnis teilt x_0 das Intervall $[0,\, x_1]$?

Probl. 13 Gegeben ist die Funktion

$$f_{13}(x) = \sin(x)$$

über dem Intervall $[0,\, \pi]$. Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks mit dem grössten Flächeninhalt, welches eine Kante mit der x–Achse gemeinsam hat und die Sinuskurve von unten berührt. (Numerisch, Genauigkeit: 4 Stellen exakt hinter dem Dezimalkomma resp. dem Dezimalpunkt.)

Probl. 14

$$f_{14}(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 3)(x + 5)$$

Lese die Nullstellen ab und berechne allfällige Wendepunkte. Skizziere damit den Graphen.

Probl. 15 Gegeben ist ein Feuerwehrturm zum Aufhängen von nassen Schläuchen, welcher in der Mitte eines grossen, ebenen Platzes steht und auch noch als Reklamesäule dient. Der Turm ist $12\,m$ hoch, hat einen Innengrundriss von $3 \times 3\,m^2$ und vorne eine rechteckige Eingangstür der Höhe $2.3\,m$. Die Türbreite entspricht der Turmbreite. Ein Ingenieur wird damit beauftragt, exakt auszurechnen wie lang eine Leiter aus einem Stück maximal sein darf, damit man sie noch durch die Tür in den Turm einführen und darin senkrecht aufstellen kann. Löse diese Aufgabe ebenfalls! (Skizze!)