Test $\diamondsuit$ **B1–10/11 –01** $\diamondsuit$

Wichtig: $\heartsuit$ Bitte nur die **Vorderseite** eines Blattes beschreiben.
$\clubsuit$ Resultate sind gut sichtbar zu **doppelt** unterstreichen.
$\spadesuit$ Nur gut leserliche, sauber gegliederte Lösungen mit sofort auffindbaren Resultaten können korrigiert werden.
$\diamondsuit$ Die einzelnen Aufgaben sind durch einen **Strich** zu trennen.
$\clubsuit$ Wenn eine Aufgabe **nicht lösbar** oder $\mathbb{L} = \{\}$ ist, muss dies erwähnt werden.
$\heartsuit$ **Alle Aufgaben geben gleich viele Punkte.**
$\spadesuit$ Z.B. nach dem Schema: Richtig $\rightsquigarrow$ 2 P / etwas ist brauchbar $\rightsquigarrow$ 1 P / sonst 0 P.

Probl. 1 Verwandle $\dfrac{2.18989\overline{98}\ldots}{19.79797\overline{79}\ldots - 18.97979\overline{797}\ldots}$ schrittweise von Hand in einen gemeinen Bruch.

Probl. 2

$$\begin{array}{rcl} |3\,\lambda\,x| - w & = & 0 \\ 4\,y - 2\,z + w & = & 14 \\ y + 2\,z + w & = & 56 \\ 3\,y - 4\,z & = & 40 \end{array}$$

Berechne mögliche Lösungen von Hand exakt. Bezeichne die dabei verwendete Methode. $\lambda =$ Parameter, x, y, z, w unbekannt. Untersuche, wie viele Lösungen vorhanden sind.

Probl. 3 Berechne (vereinfache) wenn möglich exakt von Hand (so weit wie möglich):

$$x = \ln\left(\sqrt{\frac{e^{3\,(\ln(e^2)+\ln(e^6))}}{e^{\ln(3)}}}\right)$$

Probl. 4 Berechne von Hand exakt (so weit wie möglich):

$$x = \sqrt[3]{e^{(\frac{1}{2}\,\ln(2)+\ln(32))}} \cdot ((\sqrt[3]{e})^2)^{\ln(8)}$$

Probl. 5 Untersuche von Hand, für welche Werte von $a \in \mathbb{R}$ und $b \in \mathbb{R}$ der folgende Ausdruck in $\mathbb{R}$ definiert ist:

$$A = \ln(\sqrt[4]{a}) - \frac{1}{2}\,\ln\left(\frac{1}{b - \sqrt{b^2 - a^2}}\right) + \frac{1}{2}\,\ln\left(\frac{b}{a} + \sqrt{\frac{b^2}{a^2} - 1}\right)$$

Probl. 6 Von einem ebenen Dreieck kennt man den Winkel $\gamma = 32^o$ sowie die daran angrenzenden Seiten $a = 5.886$ und $b = 2.159$. Berechne die fehlende Seite c und die fehlenden Winkel α und γ und nenne jeweils die verwendeten Sätze der Geometrie, Trigonometrie oder Goniometrie.

Probl. 7 Löse die Gleichung von Hand mit Hilfe der notwendigen Regeln und schreibe das Resultat so kurz wie möglich:

$$\frac{\frac{1}{a^3} - \frac{1}{b^3}}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{a\,b} + \frac{1}{b^2}} \cdot 4^{4\,(x+1)} \cdot 6^{-3\,x} \cdot 4^{-4} = 3^{2-x}$$

%

Probl. 8 Gegeben ist die Gleichung $y^2 - x^2 = 1$ (*). Setze $u = \dfrac{x+y}{\sqrt{2}}$ und $v = \dfrac{x-y}{\sqrt{2}}$ und berechne damit $x = \ldots$ und $y = \ldots$ Setze dann $x = \ldots = x(u,\, v)$ und $y = \ldots = y(u,\, v)$ in die Gleichung (*) ein und vereinfache den Ausdruck so weit wie möglich von Hand. Was findet man damit für eine Gleichung für u und v? (Um welche bekannte Kurve handelt es sich?)

Probl. 9 Vereinfache so weit wie möglich von Hand:

$$\frac{(x - 3\,y)\,(2\,b + \frac{2}{3}\,a)}{(\frac{1}{9}\,a^2 + b^2 + \frac{2}{3}\,a\,b)\,(x^3 - 27\,y^3)}$$

Probl. 10 Berechne α und β mit dem Rechner und entscheide, welcher Winkel grösser ist, falls beide Winkel existieren! (Alles im Bogenmass!)

$$\alpha = \arcsin(\frac{\tan(1)}{10} \cdot \cos(\sin(\cos(1)))),\;\; \beta = \arccos(\cot(1) \cdot \sin(\cos(\sin(1))))$$

WIR1 10