Test ◇ **B1–11/12–02** ◇

Wichtig: ♡ Bitte nur die **Vorderseite** eines Blattes beschreiben.
♣ Resultate sind gut sichtbar zu unterstreichen.
♠ Nur gut leserliche, sauber gegliederte Lösungen mit sofort auffindbaren Resultaten können korrigiert werden.
◇ Die einzelnen Aufgaben sind durch einen Strich zu trennen.
♣ Wenn eine Aufgabe nicht lösbar oder $\mathbb{L} = \{\}$ ist, muss dies erwähnt werden.
♡ **Alle Aufgaben geben gleich viele Punkte — löse so viele wie möglich!**

Probl. 1 (a) Berechne von Hand nachvollziebar die Ableitung von

$$f_1(x) = (x-1)(x+1)(x^2-1) + 3\,x^3 + 6\,x^2 + 3\,x$$

Hinweis: Erst in ein Polynom umformen.

(b) Berechne von Hand nachvollziebar die Ableitung von

$$f_2(x) = \sin(e^x - 1)\,\sinh(x)$$

(c) Berechne von Hand nachvollziebar die Ableitung von

$$f_3(x) = \frac{(x+1)(x+3)}{x^2-1}$$

(d) Berechne von Hand nachvollziebar die Ableitung von

$$f_4(x) = (3\,x)^{2\,x}$$

(e) Berechne von Hand nachvollziebar $\displaystyle\lim_{x\to -1} \frac{4\,(x^3+1)}{5\,(x+1)} - \frac{e^{(x+1)}-1}{x^2-1}$

Probl. 2 Im Punkt P_0 auf der positiven x-Achse hat die Funktion $f_5(x) = x\,\sin(x)$ $(x \in I = [0,\pi])$ den Tangentensteigungswinkel $\alpha = 35^o$. Dort schneideten sich die Graphen von $f_5(x)$ und $f_6(x) = a\,x^2$.

(a) Berechne P_0.

(b) Berechne a.

Probl. 3 Es soll die Gleichung $e^x = \cos(x) + 2$ für $x \geq 0$ numerisch gelöst werden. Um dies auszuführen sucht man die Nullstellen der Funktion $f_7(x) = e^x - \cos(x) - 2$ mit Hilfe des Newton-Verfahrens. Führe das Verfahren mit dem Startwert $x_0 = 1$ wie folgt durch: Berechne mit dem Taschenrechner $x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4$. Stelle das Resultat in einer Tabelle übersichtlich dar.

%

Probl. 4 Gegeben sind die Funktionen $f_8(x) = \dfrac{1}{2}\,(x-2)\,(x-3)\,(x+4)$ und

$$f_9(x) = (x-2)\,(x-b)\,(x-5).$$

(a) Für welche Werte von b haben die beiden Funktionen 0, 1, 2 oder 3 Schnittpunkte, falls dies überhaupt möglich ist?

(b) Berechne die Extremwertstellen des Graphen von $f_8(x)$.

(c) Berechne den / die Wendepunkte des Graphen von $f_8(x)$.

(d) Berechne die Punkte des Graphen von $f_8(x)$, in denen die Tangentensteigung den Wert $\dfrac{\pi}{4}$ besitzt.

Probl. 5 Untersuche, ob es auf der Parabel $f_{10}(x) = x^2$ zwei Punkte P_1 und P_2 gibt, welche mit dem Ursprung O ein gleichseitiges Dreieck bilden.

(a) Berechne die Punkte P_1 und P_2, falls sie existieren.

(b) Berechne die Tangentensteigung in P_1, falls P_1 existiert.

Probl. 6 Durch den Graphen von $y = f_{11}(x) = 20 - 10\cosh(x)$ ist für $y \geq 0$ ein Brückenbogen gegeben, welcher die x–Achse in x_1 und x_2 schneidet, $x_1 < x_2$.

(a) Bestimme die Schnittpunkte x_1 und x_2 des Bogens mit der x–Achse und stelle die Situation in einer gefälligen Skizze dar.

(b) Die Punkte $Q_1(x) = (x_1;\,0)$, $Q_2(x) = (x;\,f_{11}(x))$ und $Q_3(x) = (x;\,0)$ bilden ein rechtwinkliges Dreieck mit dem rechten Winkel bei $Q_3(x)$. Bestimme x derart, dass das Dreieck maximalen Inhalt hat.

Probl. 7 Gegeben ist ein Feuerwehrturm zum Aufhängen von nassen Schläuchen, welcher in der Mitte eines grossen, ebenen Platzes steht und auch noch als Reklamesäule dient. Der Turm ist $12\,m$ hoch, hat einen Innengrundriss von $3 \times 3\,m^2$ und vorne eine rechteckige Eingangstür der Höhe $2.5\,m$. Die Türbreite entspricht der Turmbreite. Ein Ingenieur wird damit beauftragt, exakt auszurechnen wie lang eine Leiter aus einem Stück maximal sein darf, damit man sie noch durch die Tür in den Turm einführen und darin senkrecht aufstellen kann. Löse diese Aufgabe ebenfalls! (Skizze!)

WIR1 11

Viel Glück!