

Übungen in Analysis

◇ E+M I / 12+13 ◇

Probl. 1 Diskutiere die Graphen der folgenden rationalen Funktionen:

- (a) $f(x) = x^2 + 10x$
- (b) $f(x) = x^3 - 2x$
- (c) $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{2}x$
- (d) $f(x) = 2x^5 - 3x^2$
- (e) $f(x) = \frac{1}{5}x^5 - 2x^3 + x$
- (f) $f(x) = 2x^3 + 2x^2 - x - 4$
- (g) $f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 1$
- (h) $f(x) = 2x^4 - 4x^3 + 4x - 2$
- (i) $f(x) = x^3 - 9x - 8$
- (j) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$
- (k) $f(x) = \frac{2(x-1)}{x-1}$
- (l) $f(x) = \frac{(x-3)(x-1)}{x-1}$
- (m) $f(x) = \frac{(x+3)(x-1)}{x-1}$
- (n) $f(x) = \frac{(x+3)(x-1)}{(x-1)^2}$
- (o) $f(x) = 1 + \frac{(x-2)^2}{(x-1)^3}$
- (p) $f(x) = \frac{4x-3}{(x-2)^3}$
- (q) $f(x) = \frac{2x+1}{(x+2)^3}$
- (r) $f(x) = \frac{3x^2+2x-16}{x^2-4x-3}$
- (s) $f(x) = \frac{9x-27}{x^2}$
- (t) $f(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-2}$
- (u) $f(x) = \frac{x}{x+1}$
- (v) $f(x) = \frac{x^2-9}{x^2+3}$

(w) $f(x) = \frac{x^2 + 4}{2x + 8}$

(x) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 12}$

(y) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 9}$

Probl. 2 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 6}$. Der Graph ist symmetrisch zur y -Achse. Unter der Funktionskurve ist durch $(x_0; 0)$, $(x_0; f(x_0))$, $(-x_0; f(-x_0))$ und $(-x_0; 0)$ ein Rechteck bestimmt. Berechne x_0 , sodass der Rechtecksflächeninhalt maximal wird.

Probl. 3 Es soll ein Zylinder hergestellt werden mit 1 Liter Inhalt und minimaler Oberfläche (minimaler Materialverbrauch). Berechne den Radius und die Höhe des Zylinders.

Probl. 4 In eine Kugel mit dem Radius 1 wird ein Kegel eingeschrieben.

- (a) Berechne den Radius und die Höhe des Kegels, sodass das Kegelvolumen maximal wird.
- (b) Berechne den Radius und die Höhe des Kegels, sodass die Kegeloberfläche maximal wird.

Probl. 5 Um eine Kugel mit dem Radius 1 wird ein Kegel umschrieben.

- (a) Berechne den Radius und die Höhe des Kegels, sodass das Kegelvolumen minimal wird.
- (b) Berechne den Radius und die Höhe des Kegels, sodass die Kegeloberfläche minimal wird.

Probl. 6 $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$. f hat bei $x = -3$ ein Extremum. Bei $x = 3$ ist ein Pol vorhanden und $y = x + 12$ ist eine Asymptote. $f = ?$ Skizziere den Graphen.

Probl. 7 $f(x) = ax^2$ und $y = \frac{1}{x}$ schneiden sich im 1. Quadranten rechtwinklig. Wie gross ist a ? Skizziere den Graphen.

Probl. 8 Der Graph von $y = \frac{ax^2}{(x^2 + b)^2}$ geht durch $P_0(\sqrt{3}; 3)$. In P_0 ist eine waagrechte Tangente vorhanden. Berechne so weit wie möglich die fehlenden Parameter und skizziere den Graphen.