

Übungen in Analysis

◇ E+M 2 12 ◇

Für die folgenden Aufgaben ist notfalls ein Computer zu verwenden (Skizze!):

Probl. (1) Exakte Differentialgleichungen:

- (a) Gegeben ist $(2x y^3 + 9x^2 y + 3x^2) dx + (3x^3 + 3y^2 x^2 - 2y + 1) dy = 0$ (Differentialgleichung).
- Löse die Differentialgleichung (falls notwendig mit einer Maschine, eventuell in der Form $y'(x) = -\frac{2x y^3 + 9x^2 y + 3x^2}{3x^3 + 3y^2 x^2 - 2y + 1}$).
 - Skizziere eine Serie von Lösungskurven.
- (b) Entscheide, ob es sich bei $y'(x) = -\frac{2x y^3 + 9x^2 y + 3x^2}{3x^3 + 3y^2 x^2 - 2y + 1}$ um eine exakte Differentialgleichung handelt.
- (c) Skizziere die Lösungskurve des AWP $y'(x) = -\frac{2x y^3 + 9x^2 y + 3x^2}{3x^3 + 3y^2 x^2 - 2y + 1}$, AW $y(2) = -0.25$. Verwende notfalls die Maschine.
- (d) Gegeben ist $(2x y^3 + 9x^2 y + 3x^2 + x) dx + (3x^3 + 3y^2 x^2 - 2y + 1) dy = 0$ (Differentialgleichung).
- Löse die Differentialgleichung.
 - Skizziere eine Serie von Lösungskurven.

Probl. (2) Lineare Differentialgleichungen:

- (a) i. Löse die Differentialgleichung $y''(x) - x y'(x) + 2y''(x) = 0$.
ii. Skizziere eine Serie von Lösungskurven des AWP's $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, Intervall $[-5, 5]$.
- (b) i. Löse die Differentialgleichung $y''(x) + x y'(x) + 2y''(x) = 0$.
ii. Skizziere eine Serie von Lösungskurven des AWP's $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, Intervall $[-5, 5]$.
- (c) i. Löse die Differentialgleichung $y''(x) + x y'(x) + 2y''(x) = x$.
ii. Skizziere eine Serie von Lösungskurven des AWP's $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, Intervall $[-5, 5]$.
- (d) i. Löse die Differentialgleichung $y''(x) + x y'(x) + 2y''(x) = x^2$.
ii. Skizziere eine Serie von Lösungskurven des AWP's $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, Intervall $[-5, 5]$.
- (e) i. Versuche, die Differentialgleichung $y''(x) + y'(x) + x^2 y''(x) = 0$ zu lösen.
ii. Skizziere eine Serie von Lösungskurven des AWP's $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, Intervall $[-5, 5]$.
- (f) i. Versuche, die Differentialgleichung $y''(x) + x y'(x) + x^2 y''(x) = 0$ zu lösen.
ii. Skizziere eine Serie von Lösungskurven des AWP's $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, Intervall $[-5, 5]$.

- (g) i. Versuche, die Differentialgleichung $y''(x) + x^2 y'(x) + x^2 y''(x) = 0$ zu lösen (mit einer Maschine, falls es geht).
ii. Skizziere eine Serie von Lösungskurven des AWP's $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, Intervall $[-5, 5]$.
- (h) i. Versuche, die Differentialgleichung $y''(x) + x y'(x) + \cos(x) y''(x) = 0$ zu lösen (mit einer Maschine, falls es geht).
ii. Skizziere eine Serie von Lösungskurven des AWP's $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, Intervall $[-5, 5]$.

Probl. (3) Löse die nachfolgenden Differentialgleichungen (AWP) und skizziere falls möglich die Lösung:

- (a) $y''(x) + a y'(x) + b y(x) = 0$
(b) $y'(x) + y(x) = 0$, $y(0) = 1$
(c) $y''(x) + y'(x) + y(x) = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$
(d) $y''(x) - y'(x) + y(x) = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$
(e) $y''(x) + y'(x) - y(x) = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$
(f) $y''(x) + y'(x) - y(x) = x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$
(g) $y''(x) + y'(x) - y(x) = x^5$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$
(h) $y''(x) + y'(x) - y(x) = \cos(x)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$
(i) $y''(x) - y'(x) - y(x) = \cos(x)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$
(j) $y''(x) - y'(x) - y(x) = x + \cos(\frac{x}{5} + 1)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$
(k) $y''(x) - y'(x) - 2y(x) = x + \cos(\frac{x}{5} + 1)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$
(l) $y'''(x) + y''(x) - y'(x) - 2y(x) = x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = -1$