Übungen in Statistik ◇ M2 u.a. ◇ II / 2

Probl. 1 **Geg.:**
Würfel, n mal würfeln, X = Anzahl von Resultat 6. $\rightsquigarrow$ Binomialverteilung, $p = 1/6$.
Diagramm von $f(x)$, $F(x)$ für $n = 1, 2, 3, 4, 5, \ldots, 20$?

Probl. 2 **Geg.:**
Poissonverteilung: Serienfertigung von Widerständen zu 20 Ω, garantierte Toleranz: ±1 Ω. Wahrscheinlichkeit p, bei der Produktion die Toleranz zu überschreiten = 0.002. Was ist die Wahrscheinlichkeit, in einer Packung von n Stück kein fehlerhaftes Stück zu finden bei $n = 100$ und $n = 1000$?

Probl. 3 Poissonverteilung:

(a) Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Dorfe mit 2000 Einwohnern genau zwei am ersten Mai Geburtstag haben?

(b) Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Dorfe mit 2000 Einwohnern mindestens zwei am ersten Mai Geburtstag haben?

Probl. 4 Teilchenzählung nach Rutherford und Geiger:
X = Anzahl Teilchen.
A = Anzahl beobachtete Zeitintervalle zu $10'$ mit x gezählten Teilchen.

x	A	p
0	57	?
1	203	?
2	383	?
3	525	?
4	532	?
5	408	?
6	273	?
7	139	?
8	45	?
9	27	?
10	10	?
11	4	?
12	2	?
13	0	?
	Σ ?	?

Vergleiche die Werte mit den Werten einer Poissonverteilung (Diagramm)!

Probl. 5 Hypergeometrische Verteilung: Aus einer Urne mit 11 roten und 4 schwarzen Kugeln werden 4 Kugeln ohne zurücklegen gezogen. $P(x \text{ Kugeln rot}) = ?$, $x = 1, 2, 3, 4$.

%

Probl. 6 Vergleiche die hypergeometrische Verteilung mit $N = 1000,\ M = 20,\ n = 100$ mit der Binomialverteilung mit $p = M/n,\ M = 20,\ n = 100$.

Probl. 7 Gegeben: Lieferung von Teilen, Packungen zu 100 Stück. Nach Vertrag ist max. 10% Ausschuss zulässig. Prüfverfahren: Der obere Teil der Packung (10 Stück) wird begutachtet. Falls kein defektes Stück darunter ist, erfolgt die Annahme. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Packung zurückgewiesen wird, obwohl weniger als 10% defekt ist?

Probl. 8 **Fehlerrechnung:**

In einem Rohr mit dem Durchmesser $2.00\,cm \pm 0.02\,cm$ herrscht ein messbarer Druck von $11.2\,N/cm^2$ ($\pm 0.1\,N/cm^2$). Der Druck wird mittels eines Steigrohrs gemessen. In das Rohr fliessen $5.00\,cm^3/sec$ (ideale) Flüssigkeit mit einer Dichte von $0.83\,kg/dm^3\ \pm 0.01\,kg/dm^3$. Nun verengt sich das Rohr auf $1.20\,cm\ \pm\ 0.02\,cm$. Im neuen Bereich kann der Druck nicht mehr mittels eines Steigrohrs gemessen werden, denn die Platzverhältnisse lassen dies nicht zu. Da die Flüssigkeit sehr wenig komprimierbar ist, wird angenommen, dass die Dichte im engen Bereich $0.83\,kg/dm^3\ \pm\ 0.03\,kg/dm^3$ beträgt. Weil die Unsicherheit zunimmt (wie im weiten Bereich, jedoch mit einer grösseren Ungenauigkeit). Durch die Verengung kann auf die Geschwindigkeit im engeren Bereich geschlossen werden: Wenn man annimmt, dass pro Zeit dasselbe Volumen und dieselbe Masse überall durchfliessen müssen. Nach der Strömungsgleichung von Bernoulli ist $\dfrac{v^2}{2} + \dfrac{\text{Druck}\,p}{\text{Dichte}\,\rho} = constant.$ Berechne den Druck im engen Bereich mitsamt dem Fehler.

Bemerkung: Z.B. statt $2.00\,cm \pm 0.02\,cm$ schreibt man gewöhnlich auch $2\,cm\ \pm 0.02\,cm$, meint damit aber $2.00\,cm \pm 0.02\,cm$.