

Übungen in Analysis 3

◇ M2 08 ◇

Differentialgleichungen und Laplace–Transformationen: Deltafunktion u.s.w.

Probl. 1 Sei $\delta(x)$ die Dirac–Deltafunktion und $h(x)$ der dazugehörige Einheitssprung:

$$h(x) = \int_{-\infty}^x \delta(t) dt$$

(a) $\int_{-3\pi}^{-3\pi} \delta(x) dx = ?$

(b) $\int_{-3\pi}^{-3\pi} \delta(x) \cdot e^{x+1} dx = ?$

(c) $\int_{-3\pi}^{-3\pi} \delta(x - \frac{\pi}{2}) \cdot \sin(x) dx = ?$

(d) Skizziere die Funktion $u(x) := h((x+1)(x-1)(x-2))$.

(e) $\int_{-3}^5 h(x) dx = ?$

(f) Skizziere die Funktion $h(1 - x^2 - y^2)$.

Probl. 2 Löse die folgende Differentialgleichung und stelle die Lösung graphisch dar:

(a) $y''(t) + y'(t) + y(t) = \delta(t), \quad y(0) = 1, y'(0) = 1$

(b) $y''(t) + y'(t) + y(t) = \delta(t) + \delta(t-1) + \delta(t-2), \quad y(0) = 1, y'(0) = 1$

(c) $y''(t) + y'(t) + y(t) = h(t), \quad y(0) = 1, y'(0) = 1$

(d) $y''(t) + y'(t) + y(t) = h(t) + h(t-1) + h(t-2), \quad y(0) = 1, y'(0) = 1$