Übungen in Analysis 4 ◇ M2 07 ◇

Zur Lösung von Differentialgleichungen:

Probl. 1 Die Fouriertransformierte von $y(t)$ sei $Y(\omega)$.

Berechne die Fouriertransformierten von $y'(t)$, $y''(t)$, $y'''(t)$, $y'''(t)$.

Probl. 2 Skizziere die Funktion und berechne die Fouriertransformierte:

(a)

$$f_1(t) \quad = \quad \begin{cases} c & t \in I_1 = [-1,\, 1) \\ 0 & t \notin I_1 \end{cases}$$

(b)

$$f_2(t) \quad = \quad \begin{cases} 1 & t \in I_2 = [-\frac{\pi}{2},\, \frac{\pi}{2}) \\ 0 & t \notin I_2 \end{cases}$$

(c)

$$f_3(t) = \cos(t) \cdot f_2(t)$$

Probl. 3

$$f(t) \quad = \quad \begin{cases} 1 & t \in [-1,\, 1) \\ 0 & t \notin [-1,\, 1) \end{cases}$$

Transformiere damit im Sinne von Fourier die unten angegebenen Gleichungen.
Löse anschliessend die Gleichungen auf der Bildseite und berechne die Rücktransformierte.
Überlege aufgrund der Resultate, ob man damit allenfalls die allgemeine Lösung oder allenfalls nur eine partikuläre Lösung gefunden hat!

(a) $y'(x) + 2\,y(x) = f(x)$

(b) $y'(x) + \frac{1}{2}\,y(x) = \frac{1}{2}\,f(x)$

(c) $y'(x) - y(x) = f(x)$

(d) $y''(x) + 2\,y'(x) + y(x) = f(x)$