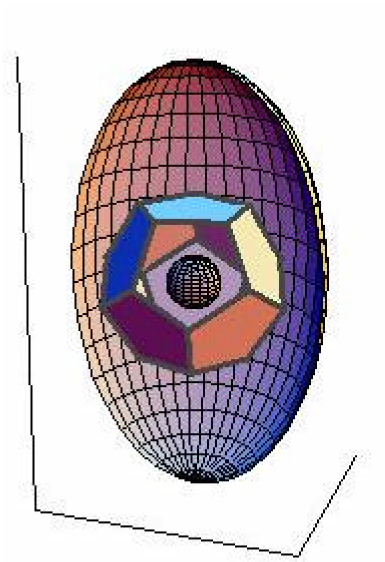
Beweise ohne Worte

Einige Beispiele

Autor: Rolf Wirz



14.11.2009

Version 1.0.0

Methodischer Hinweis: Oft gelingt es, algebraische Zusammenhänge geometrisch zu veranschaulichen, sodass der Beweis der behaupteten Zusammenhänge unmittelbar einleuchtet, also keiner weiteren Erklärungen mehr bedarf. Dabei werden zu algebraischen Formeln geometrische Modelle oder Darstellungen gesucht, welche einen genügenden allgemeinen Charakter aufweisen um der Sache dienlich sein zu können. Die zum algebraischen Beweis notwendigen abstrakten Umformungen sind dann durch die visuell gestützte Einsicht in die geometrischen Zusammenhänge im Modell ersetzt. Das ist methodisch für das Begreifen der betreffenden Zusammenhänge sehr wertvoll, da der Lernende so zu einer inneren ganzheitlichen Sicht kommt. Denn viele Menschen denken ohne grosse Mühe in Bildern, während das Denken in abstrakten Formeln auf der Grundlage geltender Regeln manchen nur mosaikartig zugänglich ist. Daher möchte ich jeden, der in der heutigen Zeit noch eine gewisse Freude an der vordergründig und finanziell nicht überall sofort als täglich nützlich erkennbaren Geometrie bewahrt hat dazu auffordern, selbst solche „Beweise ohne Worte“ auf der Grundlage von geometrischen Einsichten zu suchen. Nicht dazu auffordern möchte ich hingegen diejenigen, die immer nur zu den Fütterungszeiten in ihrer Gemeinschaft auftauchen und sonst ihre Zeit nur dazu verwenden, ihren künftigen Vorrat an Essbarem und Tauschbarem zu vergrössern sowie abzusichern, für die Geometrie daher nicht Verwendung haben wie sie vom Geld erwarten.

Adresse des Autors:

Rolf W. Wirz-Depierre

Prof. für Mathematik

Berner Fachhochschule (BFH), Departemente AHB und TI

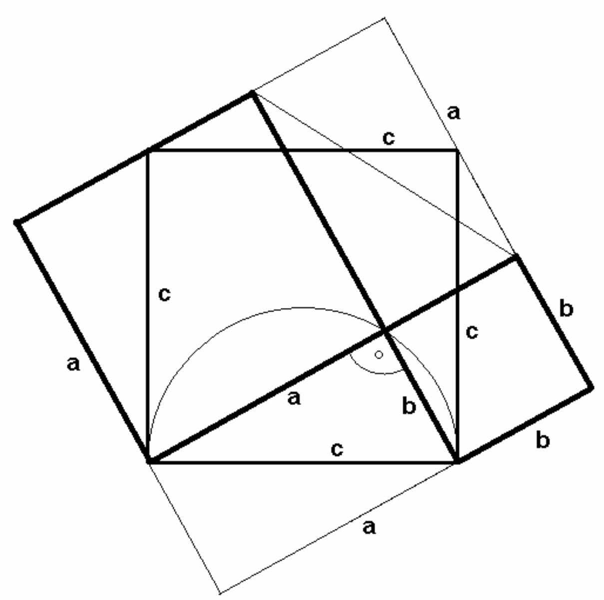
Pestalozzistrasse 20

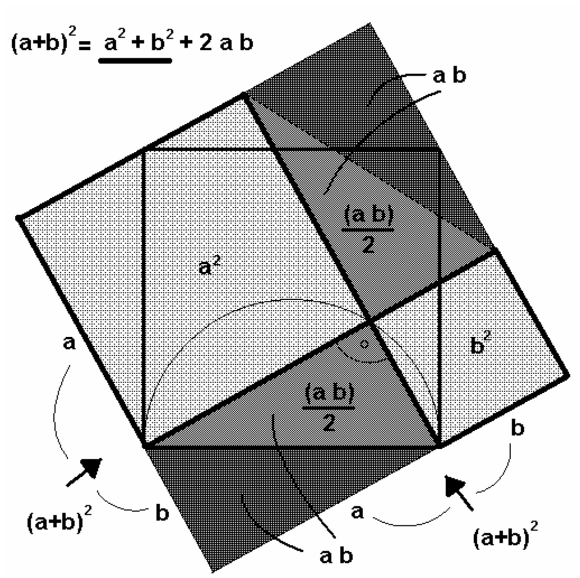
Büro B112 CH–3400 Burgdorf/BE

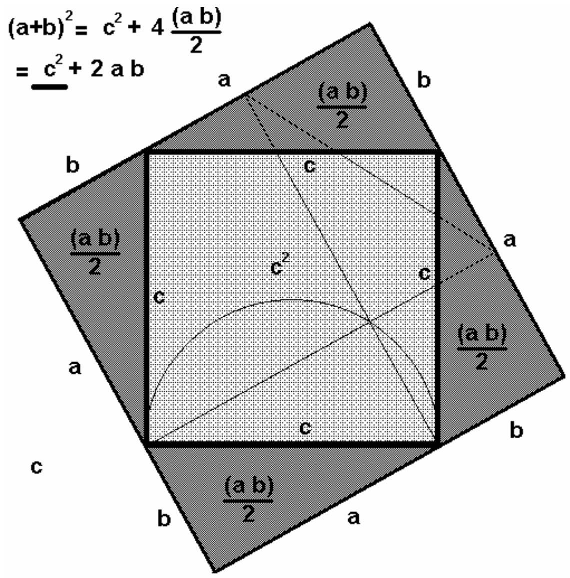
Tel. ++41 (0)34 426 42 30 / intern 230

Beweis ohne Worte

Satz von Pythagoras

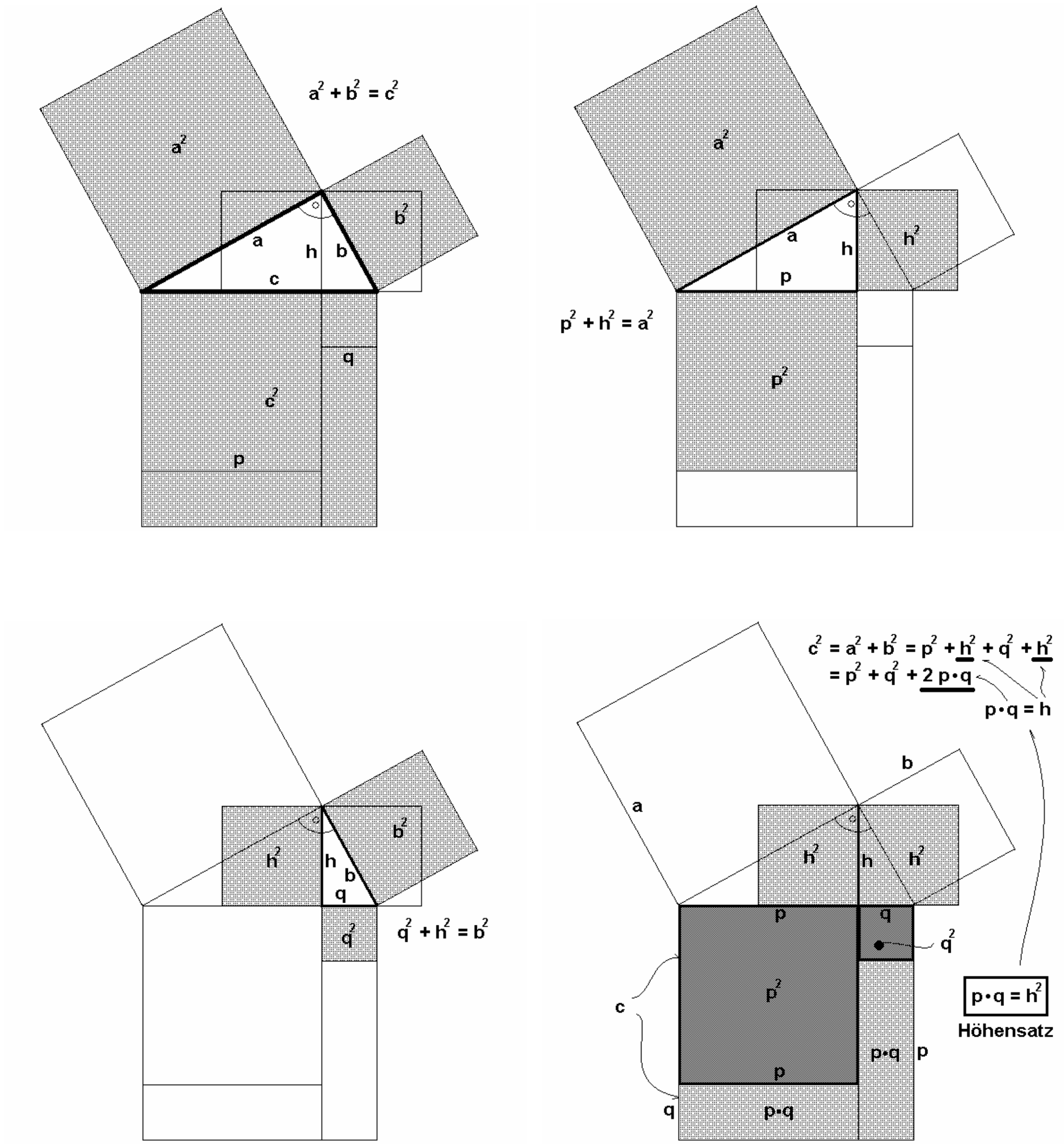






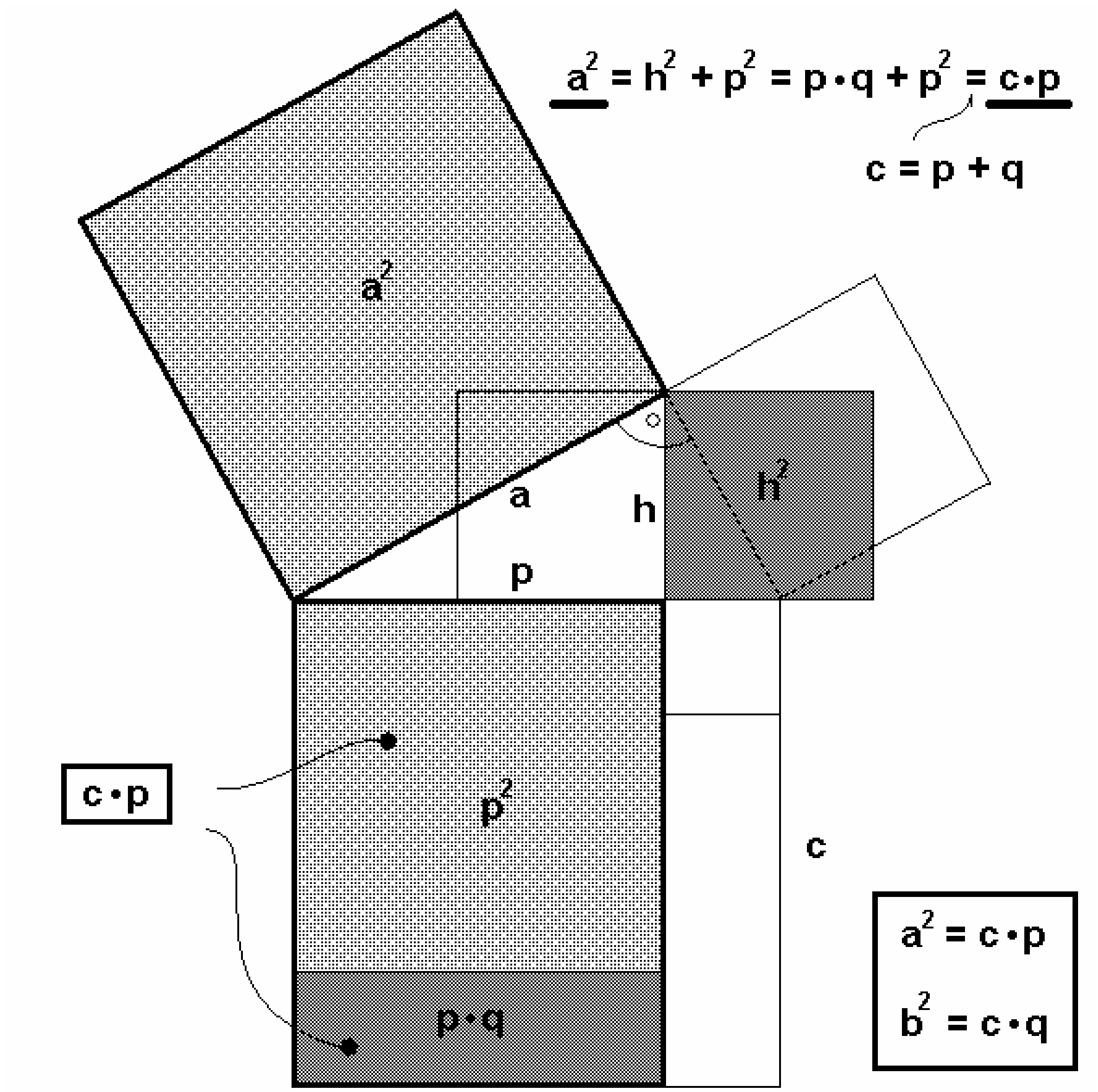
Beweis ohne Worte

Höhensatz



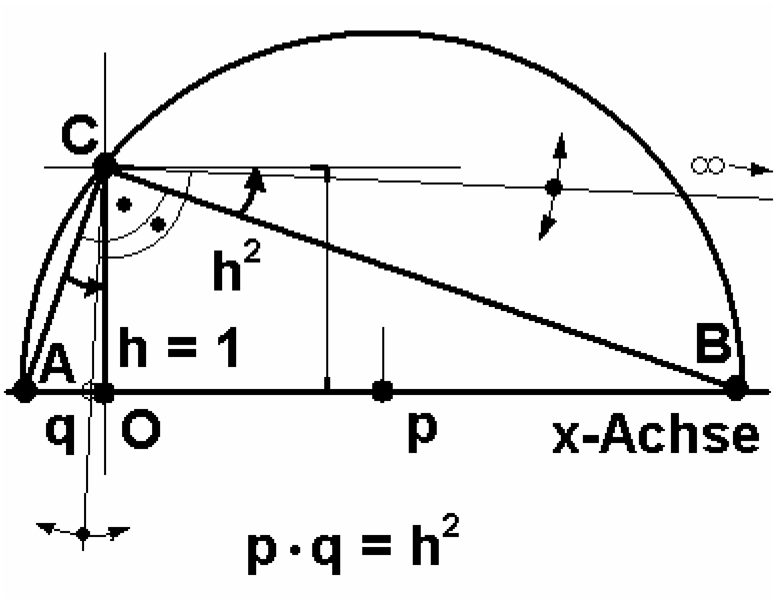
Beweis ohne Worte

Kathetensatz



Beweis ohne Worte

Unendlich und null

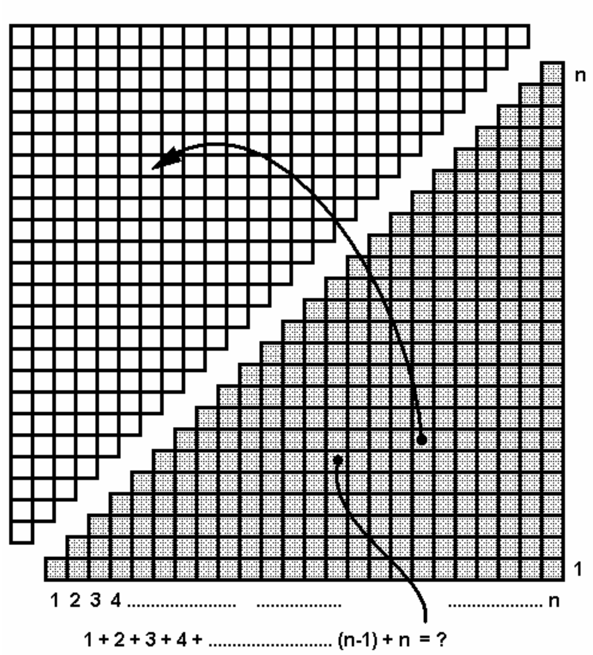


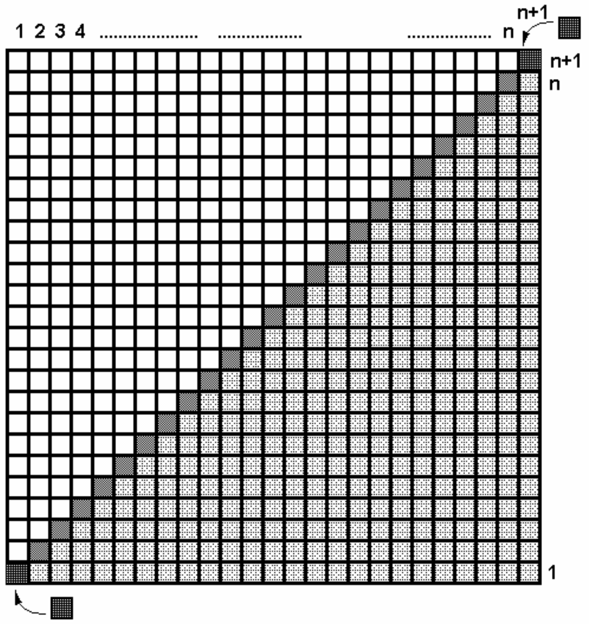
$p\ q = h^2 = 1^2 = 1,\qquad p = n \Rightarrow q = 1/n$

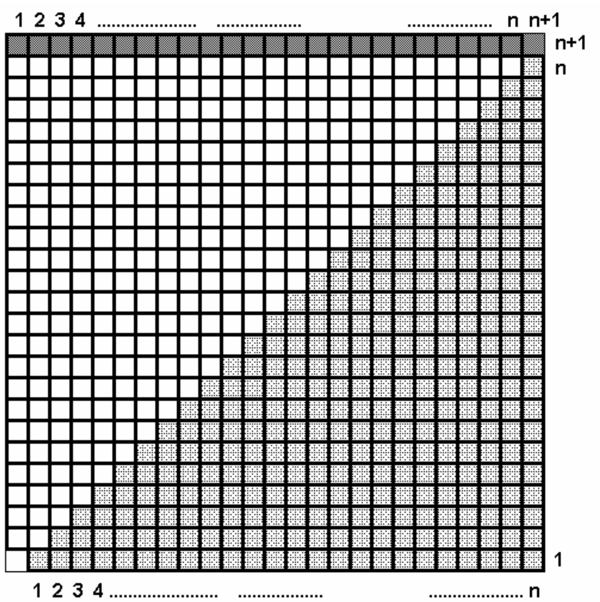
$\Rightarrow\ (p = \text{unendlich} \Rightarrow q = 0)$

Beweis ohne Worte

Die Summe 1+2+3+…+n







$$(n+1)^2 = n^2 + 2\,n + 1 \;=\; (n+1) + 2\;(1 + 2 + 3 + \ldots + n)$$

$$\boxed{\Longrightarrow\; 1 + 2 + 3 + \ldots + n = (n^2 + n)/2 = n\,(n + 1)/2}$$