Diplôme préalable 2, 2000

Classe B2

Mathématiques

Temps : 180 minutes

WIR2000/18/RIIc/Mo 18.9.00/1400

Conditions :

- Tous les problèmes sont à résoudre soi-même. Un comportement qui n'est pas honnête a comme conséquence l'exclusion immédiate de l'examen.
- Pour écrire il faut un moyen ineffaçable. Le crayon est accepté seulement pour les dessins et les esquisses.
- On demande une représentation de la déduction de la solution claire et propre avec l'indication des idées et des résultats intermédiaires. Les résultats sans la déduction ne sont pas acceptés.
- Quand des fractions décimales sont utilisées le résultat exact et le résultat présenté ne doivent pas différer de plus de 0.1%.
- Les unités physiques peuvent être omises généralement, sauf avis contraire.
- Les résultats sont à souligner doublement.
- Les parties non valables sont à tracer de manière propre et nette.
- Pour chaque problème, il faut utiliser une nouvelle feuille. Les versos des feuilles doivent rester vides. Peut-être elles ne seront pas corrigées !
- **Moyens permis :** Dossiers de cours version abrégéé (résumé), livres de formules, calculatrices, papier et écritoire.
- **Points :** Par devoir, 12 points sont possibles, sauf avis contraire.
- But : Si pour l'examen plus de 6 problèmes sont donnés, il faut en choisir 6 et les résoudre.

Haute école spécialisée bernoise, école d'ingénieurs Bienne 18 séptembre 2000

Examen de diplôme préalable 2 en mathématiques 2000

Classe B2

Bonne chance !

Problème 1 **(12 points)**

Les mesures suivantes sont données en decamètres. L'unité de mesure sert seulement à la compréhension et peut être omise dans le calcul.

Dans un plan d'un géomètre, la situation d'une conduite enterrée dans le sol avec le rayon extérieur de 5 est donnée par deux points avec les coordonnées suivantes : $P_1(3/5/2)$, $P_2(4/16/9)$. On sait que la conduite suit une droite longitudinalement avec un écart axial de ± 0.03.

Maintenant il faut placer une deuxième conduite dans la même zone avec le même diamètre et la tolérance axiale qui est aussi la même. Cette nouvelle conduite est déterminée par les coordonnées $Q_1(-6,-2,4)$, $Q_2(6,14,8)$.

(a) Calculer la plus petite distance entre les axes théoriques et décider si un déplacement droit de la deuxième conduite est en effet possible. (Le chemin de solution doit être visible.)

(b) Examiner, si l'axe de la nouvelle conduite passe au–dessus d'ou au-dessous de l'axe de celle qui est déjà là. (Le résultat est à documenter.)

Problème 2 **(12 points)**

Les problèmes partiels suivants sont indépendants. Pour chaque problème partiel on donne le même nombre de points. Toutes les étapes partielles de la solution sont à retenir par écrit sur la feuille de solution.

(a) Calculer à la main la montée de la fonction suivante aux places $x = 0$ et $x = 1$:

$$f_a(x) = 5\,x^5 - 4\,x^\alpha + \frac{1}{2}\,x^2 - 4\,x + 9$$

(b) Calculer à la main la dérivée : $f_b(x) = 3\,x^5 - \dfrac{2}{x^2} + ln(x) + \dfrac{\cos(x) - \sin(x)}{2}$

(c) Calculer à la main la deuxième dérivée : $f_b(x) = 3\,x^5 - \dfrac{2}{x^2} + ln(x) + \dfrac{\cos(x) - \sin(x)}{2}$

(d) Calculer la première dérivée à la main :$f_d(x) = \cos(x) \cdot e^x - \dfrac{1}{2}\,\cos(2\,x + \alpha) + x\; ln(x)$

(e) Calculer à la main la première dérivée : $f_e(x) = \cos(\sin(x)) - ln(x^3) + \dfrac{ln(x)}{x^2}$

(f) Calculer numériquement les angles entre les tangentes aux graphes de la fonction suivante dans le points $x = 100$ et $x = -100$: $f_f(x) = -2\,x^4 + 6\,x^2 + 8$. Le résultat trouvé est à commenter.

Problème 3 **(12 points)**

Les problèmes partiels suivants sont indépendants. Pour chaque problème partiel on donne le même nombre de points. Toutes les étapes partielles de la solution sont à retenir par écrit sur la feuille de solution.

(a) Intégrer à la main : $\int 5\,x^5 - 4\,x^\alpha + \frac{1}{2}\,x^2 - 4\,x + 9\,dx = ?$

(b) Intégrer à la main : $\int\limits_0^{t^2} x^2\,dx = ?$

(c) Intégrer à la main : $\int\limits_0^{\pi} \frac{1}{\omega}\,\cos(\omega t + \beta)\,dt = ?$

(d) Intégrer à la main : $\int\limits_{-1}^{1} y \cdot e^y\,dy = ?$

(e) Intégrer à la main : $\int\limits_0^{1} x \cdot e^{(x^2)}\,dx = ?$

(f) Intégrer à la main : $\int\limits_a^{t} \frac{d}{d\,x}\log(e^{x^2} + 2\,x\,\cos^2(3\,x-2))\,dx = ?$

Problème 4 **(12 points)**

Soit donnée une fonction par le polynôme $p(x) = \frac{2}{27}\,x^4 - \frac{4}{9}\,x^3$. Calculer les choses suivantes :

(a) Factoriser le polynôme et calculer ensuite les places de zéro.

(b) Calculer les extrema. (Le chemin de solution doit être visible.)

(c) Calculer les points d'inflexion possibles ($p''(x) = 0$) et la montée des tangentes d'inflexion (Tangentes dans les points solsticiaux).
(Le chemin de solution doit être visible.)

(d) Domaine de définition D_p et domaine de valeur W_p ?

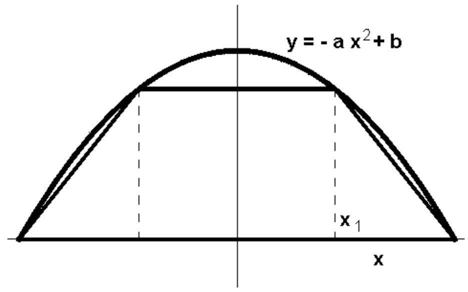
(e) Dessiner le graphe de la fonction.

Problème 5 **(12 points)**

(a) Le plan d'une maison, qui est construite dans une pente, devrait être fixé d'après le principe suivant :
Entre la parabole

$y = f_5(x) = -a\,x^2 + b \quad (a, b > 0)$

et l'axe x on inscrit un trapèze (voir esquisse).



Calculer la coordonnée x (qui soit x_1) du point supérieur droit du trapèze avec le contenu maximal possible. (Le chemin de solution doit être visible.)

(b) Le volume de l'excavation se monte à approximativement environ un quart du volume qu'on obtient par rotation de la parabole autour de l'axe x. Calculer ce volume. (Le chemin de solution doit être visible.)

(c) Calculer les résultats pour $a = \dfrac{1}{4}$ et $b = 36$.

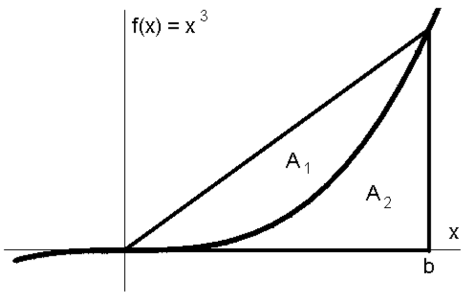
Problème 6 **(12 points)**

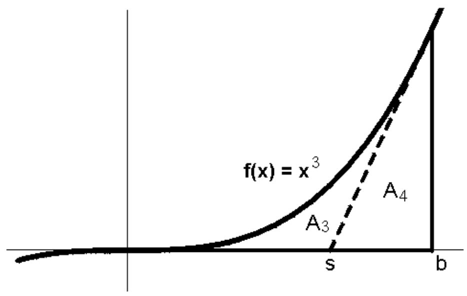
Soit donnée la fonction $f(x) := x^3$ et le triangle ABC avec les sommets $A(0/0)$, $B(b/0)$ et $C(b/f(b))$. (Voir croquis ci-dessous.)

(a) Le graphe de la fonction partage la surface de ce triangle en deux parties A_1 et A_2 (voir croquis). Calculer le rapport du contenu de A_1 et A_2 en dépendance de b.

(b) La tangente au graphe de la fonction dans C coupe l'axe x dans la coordonnée s. Par cela la surface sous le graphe est divisée en deux parties A_3 et A_4 (voir croquis). Calculer s.

(c) Calculer le rapport du contenu de A_3 et de A_4 qui dépend de s.





— ENDE — ◇ — FIN —